KURZ FORMÁLNÍ LOGIKY PRO DEBATÉRY

SOUTĚŽNÍ RÉTORIKA

Debatování formou KP

René Brinda

TRITON

Kurz formální logiky
pro debatéry

SOUTĚŽNÍ RÉTORIKA

Debatování formou Karl Popper

René Brinda

TRITON
Praha / Kroměříž

KURZ FORMÁLNÍ LOGIKY
PRO DEBATÉRY

SOUTĚŽNÍ RÉTORIKA

Debatování formou Karl Popper

René Brinda

Stanislav Juhaňák – TRITON

Projekt podpořila Nadace OSF v rámci programu Active Citizens Fund, jehož cílem je podpora občanské společnosti a posílení kapacit neziskových organizací. Cílem programu je dále inspirace k aktivnímu občanství a pomoc znevýhodněným skupinám. Program Active Citizens Fund vstoupil do České republiky v září roku 2019 s cílem podpořit neziskové organizace nehledě na jejich velikost a zkušenosti. V České republice jej spravuje konsorcium, které tvoří Nadace OSF, Výbor dobré vůle – Nadace Olgy Havlové a Skautský institut. Program je realizován v rámci Fondů EHP a Norska 2014–2021. Prostřednictvím Fondů EHP a Norska přispívají státy Island, Lichtenštejnsko a Norsko ke snižování ekonomických a sociálních rozdílů v Evropském hospodářském prostoru (EHP) a k posilování spolupráce s 15 evropskými státy. Důležitým posláním programu je také spolupráce mezi Českou republikou a dárcovskými státy. Jde o spolupráci mezi českými neziskovými organizacemi a organizacemi z Islandu, Lichtenštejnska a Norska.

Iceland
Liechtenstein
Norway
Active
citizens fund

Nadace **OSF**

VÝBOR DOBRÉ VŮLE
Nadace Olgy Havlové

SKAUTSKÝ INSTITUT

Vydal Stanislav Juhaňák – TRITON,
Vykáňská 5, 100 00 Praha 10
www.tridistri.cz

ISBN 978-80-7684-211-3

Obsah

1. Motivace

Proč logiku studovat a proč ne

V páté kapitole učebnice nabízíme důvody, proč se debatér bez znalosti formální logiky docela dobře obejde. Její studium je běh na dlouhou trať a poměr vložené energie oproti potenciálnímu zisku je diskutabilní. Na mnoho argumentů debaty formální logiku použít nelze. Vlastně ji nelze použít na žádný argument, jehož předpoklady jsou formulovány jako pravděpodobné. Což jsou v zásadě všechna tvrzení, která jsme získali zobecněním. Logika nabízí jednoznačné závěry: ano, anebo ne. Pravda, anebo nepravda. A takové proto musí být i předpoklady, ze kterých jsou tyto závěry odvozeny. Jakýkoliv předpoklad, který je formulován jinak, nemůže být předpokladem argumentů logiky. Věty o budoucnosti, věty o příčině a následku, jakékoliv zobecnění – všechny tyto věty nabízejí pravděpodobnost a nějakou míru jistoty. A nenabízejí tak jasně rozlišitelné ano – ne, pravda – nepravda. Porovnejte libovolný argument debaty a argumenty cvičení tohoto kurzu. Uvidíte rozdíl. Argumenty debaty jsou reálné argumenty společenské praxe, ty ve cvičení byste až na výjimky asi popsali jako od reality odtržené školometské šarády toho typu, který najdete v testech kritického myšlení a obecných studijních předpokladů. To dělá právě zobecnění. Normální, životná argumentace se o zobecnění a jeho pravděpodobnost na škále opírá prakticky neustále, ta logická se mu nutně vyhýbá. Vyvodit logické závěry z *jednotlivých* pozorování samozřejmě lze poměrně snadno, otázkou je, jak moc jsou nám užitečné. Řešením jsou neklasické vícehodnotové logické systémy. A jsme zpět u úvodního problému, praktické užitečnosti ve světle poměru investovaného času a energie.

V páté kapitole uvádíme i důvody, proč naopak formální logiku studovat. Předně jde o racionální argumentaci *par excellence*. Rétorická argumentace, obor zájmu soutěžního debatéra, je členem rodiny racionálních argumentací. Logická argumentace je jejím nejvýznamnějším členem, definuje standardy tohoto typu argumentace. Dává potom jistě smysl tušit či dokonce vědět, jak funguje a co tyto standardy tvoří. Rétorická argumentace využívá kvazilogických postupů, klade jisté nároky na kvality předpokladů svých argumentů. Pro přijatelnost závěrů těchto argumentů jsme nabídli znaky a podmínky rozumného závěru. Všechny tyto složky nějakým způsobem vycházejí z formální logiky. Je užitečné vědět, jaká pravidla jsou jejich originálním zdrojem a jak a proč fungují. Samozřejmě potom i kdy a proč nefungují.

Jakkoliv se argumenty afirmace teze logice často vzpírají, nemusí to konečně platit vždy, občas nám nic nebrání logický argument použít. To jednak, hlavně ale pět z šesti debatérů neřeší argumenty afirmace teze. Pět z šesti účastníků debaty argumentuje o argumentech. A předpoklady (D) těchto metaargumentů, pozorování argumentace oponentů se do limitů formální logiky mohou vejít velmi snadno. Jde totiž o pozorování jednotlivých jevů a tato pozorování mohou mít povahu výroků. Tvrzení typu *„podpora argumentace s ní nesouvisí“*, *„tvrzení je nesrozumitelné“*, *„předpoklad je nepravdivý“* atp. jsou jednoduché výroky, které můžeme velmi snadno použít jako materiál pro logické argumenty. Jinými slovy řečeno, v argumentaci soutěžní debaty se prostor pro logiku najde.

Občas se v debatním programu najde jednotlivec, který logiku ovládá. Zatím se ale nenašel *tým*, ve kterém by ji ovládali *všichni* členové. A protože argumentace musí být jednotná, znalosti jednotlivce, kterým ostatní nerozumí, týmu užitečné nejsou. Aby debatéři logiku využili, musí ji ovládat všichni členové týmu. To je další minus.

Pokud je použit logický argument, má se za to, že jej nelze vyvrátit jinak než zase logicky. Oponenti mohou takzvaně analyzovat třeba do soudného dne. Pokud ale nedokáží logicky zdůvodnit, proč je daný logický závěr vadný, moc jim to nepomůže. Logicky argumentující tým je porazitelný pouze jiným logicky argumentujícím týmem, nikým jiným. To je další plus.

Jsou obory studia a profese, ve kterých logiku budete potřebovat. Namátkou se jedná o většinu těch oborů, které se studují na vysokých školách. Soutěžní debatování je metodou vzdělávání, jejím cílem a posláním je přiblížit svým studentům některé významné znalosti a dovednosti. Zvládnutí formální logiky je pro profesní život významnou dovedností. A k tomu se byť i jen kurz logiky pro debatéry hodit může.

Než se do kurzu logiky pro debatéry pustíte, zvažte všechna plus a minus. Pokud toto studium vynecháte, z hlediska soutěžní debaty se nic dramatického nestane. Celé generace vynikajících debatérů se bez ní obešly. Jistě to bude platit i pro vás. Pokud se pro kurz rozhodnete, znamená to čas a energii. Může se přitom stát, že tento čas a energii v debatách nějak významně nezúročíte. A možná ano a docela hodně. Totéž ovšem platí pro vaše budoucí studium a profesní život. Jen ono *možná* se překlápí do *téměř jistě*.

Proč logiku studovat v rámci kurzu pro debatéry

Proč ale logiku studovat zde, v rámci soutěžní rétoriky, nestačí logika ve škole? A není na trhu dost učebnic logiky? Na některých školách se logika neučí vůbec, to především. Tam, kde se učí, zase obvykle není cílem připravit výborné diskutéry, ale předat poznatky a to je rozdíl. V rámci kurzu vás chceme naučit *používat* některé dílčí části logiky, ty, které se hodí debatérům. Jako základ pro další studium by to mohlo stačit, lepší něco než nic. Učebnic samozřejmě dost je. Ne všechny jsou ale laikům zcela srozumitelné. Hlavně ale, a v tom je to totéž jako s logikou ve škole, nejsou primárně zaměřené na praktické potřeby kritické polemiky. To, co nabízíme na následujících stránkách, není kurz formální logiky, těch opravdu existují spousty. Jde o kurz formální logiky *pro debatéry.* Výběr toho, *co by se mohlo hodit* v argumentační praxi. A takových kurzů zase tolik není.

Co vám může kurz nabídnut

Seznámení s logikou znamená do jisté míry porozumět tomu, *o co jde, jak a proč logika funguje*. To vám kurz nabídne. Pokud jste ve škole logiku neměli, po absolvování kurzu byste toto měli orientačně vědět.

Základní postupy se demonstrují v prostředí výrokové logiky (VL). V jejím rámci se naučíte několik způsobů, *jak ověřit platnost úsudku*. A naučíte se také *jak určit, co vlastně z předpokladů vyplývá*. To je pro debatéra skvělé.

Co až tak skvělé není, je to, že vám to *nebude moc užitečné*. Studium ukáže, že vzorové příklady jsou naší denní a také debatní argumentační realitě často docela vzdáleny. Je pro to důvod. Praktické využití VL brzdí i další problémy, na ty významné poukážeme. Porozumíte tak některým výrazným *omezením výrokové logiky.* A to naopak užitečné je, dokážete potom odmítnout některé její závěry.

Výroková logika pomáhá pochopit, co a jak a proč v logice funguje. Seznámení s jejími postupy vám dá *náhled do toho, proč je rozumné myšlení rozumné.* Tím se *výrazně prohloubí vaše porozumění teorie argumentace*. V učebnici jsme představili znaky přijatelného závěru. Mimo jiné byly postaveny na konceptu *intuitivního vyplývání*. Po absolvování kurzu budete vědět, co je *logické vyplývání* a znakům přijatelného závěru budete rozumět mnohem lépe. Totéž ovšem platí i pro nejednu z *9p* kvalit dobrého argumentu.

Výroková logika je úvodem do logiky. Typicky následuje výklad o jiném logickém systému, predikátové logice prvního řádu, PL1. Ukáže se, že důvodem pro vysvětlení výrokové logiky není až tak VL samotná, ale ta že je nutným základem pro pochopení predikátové logiky. Predikátová logika toho umí výrazně více než ta výroková. Závěry dosažené pomocí PL jsou již pro debatéry docela užitečné. Jenže predikátová logika je i výrazně složitější. V kurzu se jí jen lehce dotkneme. Tak, že se *naučíte vyhodnotit platnost závěrů* velmi běžného typu úsudku PL1. To se naučíte řešit graficky, bez potřeby znalosti tohoto logického systému.

Autorství

Inspirací pro text kurzu byly publikace Marie Duží a Jiřího Raclavského. Zejména v případě profesora Raclavského rozsah použití jeho textu významně přesahuje význam slova *inspirace*. Parafrázujeme a zhusta i bez dalších významných úprav přejímáme celé odstavce a strany jeho textu. Převzali jsme jeho cvičení. To proto, že text prof. Raclavského je opravdu dobrý. Je čtivý, srozumitelný, napsaný lehkou rukou. Zájemcům o další studium vřele doporučujeme. To ale platí i pro texty profesorky Duží. Oba autoři měli při psaní zřejmě na mysli své studenty a píší tak, aby studenti látce rozuměli. Těžko potom neopisovat, když lépe to asi nejde.

2. Úvod do formální logiky

Logika, logická forma úsudku, logické formule, formalizace

Logika je věda o vyplývání. Vyplývání je vztah mezi větami, jež jsou organizovány v podobě úsudků. Z vět předpokladů jsou vyvozovány jiné věty – závěry. Úsudky používáme k tomu, abychom z určitého pravdivého poznatku *odvodili* další pravdivý poznatek. Logické odvozování je tedy prostředkem *přenosu pravdivosti*: pokud jsou pravdivé věty P_1, P_2, …, P_n, bude pravdivá i věta Z.

S úsudky se setkáváme každodenně. *Neustále něco* usuzujeme. Neučil jsem se. Usuzuji, že látku nebudu umět. Můj oblíbený tým nehraje dobře. Usuzuji, že zápas prohrajeme.

Oproti těm běžným, všedním jsou *logické formy* úsudku jiné v tom, že věty přirozeného jazyka jsou převedeny do umělého jazyka logiky, do podoby tzv. logických *formulí*. Během tohoto převodu dochází ke zjednodušení, abstrakci a idealizaci. To umožňuje studovat právě to, co nás na problému zajímá, totiž *platnost* úsudků. Při ověřování platnosti jazykově formulovaného úsudku tedy jeho jednotlivé věty převádíme na *logické formule*, z nichž se skládá úsudková forma. Ta je logickou formou úsudku. Popsaný proces se nazývá *formalizace*, někdy *logická analýza*.

Je-li formalizace daného úsudku, tedy jeho úsudková forma, platná, pak za platný prohlásíme i jazykový úsudek, jehož je tato úsudková forma formalizací.

Jazykový úsudek, například argument debaty, se formalizací převede do podoby úsudkové formy, ta má podobu logických formulí. A jestliže je tato úsudková forma platná, potom je platný původní jazykový úsudek. Jde tak o dvě věci:

1) Formalizaci, totiž logickou analýzu jazykového úsudku.

2) Poznání, které úsudkové formy jsou platné.

Obě oblasti se do značné míry prolínají, proto se bude prolínat i vysvětlení. Nejdříve budeme pokračovat ve vysvětlení formalizace. Uvidíte nicméně, že to se neobejde bez rozboru pravdivosti formulí, což je jen krůček k určení platných úsudkových forem.

Určení platnosti úsudku

Výroky, výrokové spojky, výrokové proměnné

Výroková logika zkoumá logické vztahy mezi výroky. Výrok *je věta, která má takový smysl, že lze o ní říci, že je buď pravdivá, nebo nepravdivá.*

Výroky lze dělit na *jednoduché* a *složené*. Složené výroky, v přirozeném jazyce hovoříme o souvětí, se skládají z těch jednoduchých. Jednoduché výroky budeme reprezentovat *výrokovými proměnnými* jako například „*p*“.

Formule

Nahradíme-li formalizací jazykový výrok výrokovou proměnnou, získáme formuli. Například výrok: *„Tučná jídla mají vysokou kalorickou hodnotu“* nahradíme výrokovou proměnnou (symbolem) *p*. Symbol výrokové proměnné je formule. Protože ve výrokové logice je to ta nejjednodušší formule, nazývá se *elementární* anebo *atomická*. Pro atomické formule používáme malá písmena abecedy, např. *p, q, r*.

V přirozeném jazyce se věty skládají do souvětí. Stejně tak se elementární formule, které je zastupují, skládají do *složených* formulí.

V přirozeném jazyce se souvětí spojují pomocí jazykových spojek. Ty se v logice formalizují do podoby *symbolických výrokových spojek*. Symbolické výrokové spojky mají podobu nějakého znaku a znaky mají názvy. Například slučovací poměr v jazyce (spojky a, i, a také, a současně,…) se formalizuje výrokovou spojkou, která se nazývá *konjunkce* a značí se $\wedge$.

Souvětí přirozeného jazyka:

Tučná jídla mají vysokou kalorickou hodnotu a obsahují LDL cholesterol,

které se skládá z jednoduchých vět – výroků:

Tučná jídla mají vysokou kalorickou hodnotu (označíme ji jako výrok p), a
Tučná jídla obsahují LDL cholesterol (výrok q)

lze formalizací zapsat složenou formulí $p \wedge q$.

Všimněte si, že přirozený jazyk pro slučovací poměr využívá celou řadu spojek. Všechny ale vyjadřují jeden a tentýž vztah mezi větami. O tento vztah v logice jde, a proto pro tento vztah používá jedinou výrokovou spojku.

Při práci s formulemi se občas hodí, když formuli nahradíme *metasymbolem*. Používají se velká písmena zkraje abecedy: A, B, C. Metasymboly zastupují jakoukoliv formuli. Když takto nahradíme formuli p znakem A a formuli $q \wedge r$ znakem B, můžeme vyjádřit třeba vztah $A \wedge B$. Tento „zkrácený" tvar zde zastupuje formuli $p \wedge (q \wedge r)$ a je také formulí.

Toto tedy jsou v rámci formalizace *výrokové proměnné* a *formule*. Stručně jsme zmínili pojem symbolická výroková spojka. Ten nyní přiblížíme.

Pojem funkce

Výrokové spojky jsou *funkce*. Přesněji jde o jeden její typ, který nazýváme *pravdivostní funkce*. Funkce, jak jste se učili v matematice, je vlastně nějaký kód, zadání, které každému prvku nějaké množiny přiřadí nějakou hodnotu. Důležitou vlastností funkce je, že je jasně definovaná. Na základě zadání jistému vstupu vždy odpovídá jistý výstup. Nemůže se stát, že by pro stejný vstup funkce vrátila dva různé výsledky.

Vstupu se říká *parametr funkce.* Je to nezávislá proměnná, do které se uloží námi předaná hodnota. Tomu, co má funkce s hodnotou udělat, jak ji má převést na výstup, se říká *předpis*. To, co funkce vrátí, je výstup, *funkční hodnota*, závislá proměnná. Funkcím můžeme dávat jména. Jejich zápis je standardizovaný. Třeba zápis $f(x) = 2 * x$ nám říká, že funkce se jmenuje f, parametrem funkce je x a funkčním předpisem je *„vynásobit x dvěma"*.

Vyhodnocení (volání) funkce je postup, kdy za proměnnou x dosazujeme konkrétní hodnoty. Dosadíme-li do funkce f na místo proměnné např. číslo 3, dostaneme $f(3) = 2 * 3$. Když říkáme, že *„(za)voláme funkci f s argumentem 3"*, chceme vypočítat hodnotu $f(3)$, což v našem případě bude 2 * 3 = 6.

Parametr funkce a *argument funkce* jsou dva výrazy pro téměř stejnou věc. Rozdíl je v tom, že parametr je *proměnná*, kterou je funkce definována. *Argument je* potom *konkrétní hodnota*, se kterou funkci voláme. Pokud tedy máme funkci $f(x)$ a zavoláme ji s hodnotou tři $f(3)$, pak x je parametr funkce a 3 je argument funkce.

Funkci lze zadat různě. Například tabulkou, kde je výstup zadán pro každý jednotlivý argument:

argument	hodnota
<1>	2
<2>	4
<3>	6
<4>	8

Funkci lze zadat i grafem anebo předpisem, zobecňujícím postupem, který určuje, co má funkce s parametrem udělat, například $f(x) = 2 * x$.

Každá funkce má daný počet parametrů, které píšeme do kulatých závorek za její název. Funkce může mít více parametrů, hovoříme o její četnosti. Pokud by funkce nazvaná *sečti* měla dva parametry, hovoříme o tzv. binární funkci či funkci s četností 2, zapsali bychom to takto: *sečti(a, b)*. Tabulkové zadání této binární funkce by mohlo vypadat třeba takto:

argument 1	argument 2	hodnota
<1>	<1>	2
<1>	<2>	3
<2>	<5>	7
<3>	<7>	10

Předpisem potom: *sečti(a, b) = a + b*.

Pravdivostní funkce

Pravdivostní, také *výrokové funkce* jsou ty funkce, jejichž oborem argumentů i oborem funkčních hodnot jsou tzv. *pravdivostní hodnoty*. Pravdivostními hodnotami jsou *pravda* a *nepravda*, zvykem je používat pro ně numerická označení 1 a 0. Pravdivostní hodnoty reprezentují to, že daný výrok je pravdivý, resp. nepravdivý. Pravdivostní funkce tak mají na vstupu i výstupu možnosti 1 a 0.

Pro určení pravdivostní hodnoty složeného výroku platí následující princip:

Pravdivostní hodnota výroku je jednoznačně určena pravdivostními hodnotami jeho složek, tj. pravdivostními hodnotami dílčích výroků a významem spojek, jež tyto dílčí výroky spojují.

Chceme-li tak určit pravdivostní hodnotu složeného výroku, musíme znát pravdivostní hodnoty dílčích výroků a pravdivostní hodnoty, které vrací symbolické výrokové spojky. Symbolické výrokové spojky jsou právě pravdivostními funkcemi, proto celý výklad o funkcích. Pro zadání pravdivostních funkcí použijeme tabulky.

Pravdivostní funkce s četností 1

Jsou čtyři pravdivostní funkce s četností 1. Nás zajímá jediná, jmenuje se *negace,* obvykle se značí ¬ a její zadání vypadá takto:

argument	¬
<1>	0
<0>	1

Negace funguje tak, že obrací pravdivostní hodnotu výroku, na který ji použijeme. Tuto pravdivostní funkci v přirozeném jazyce vyjadřujeme pomocí „*ne*“, které slouží k popření celého výroku. Často jde o předponu „*ne-*“ spjatou se slovesem, jindy může mít podobu obratů, jako jsou „*Není pravda, že …*“ či „*Neplatí, že …*“. Například:

- *Není pravda, že Indie je stálým členem RB OSN.* Anebo
- *Indie není stálým členem RB OSN.*

Pravdivostní funkce s četností 2 = binární pravdivostní funkce

Pravdivostních funkcí s četností 2 je šestnáct. Debatéra doopravdy zajímá pět z nich z nich: konjunkce, disjunkce, implikace, ekvivalence a vylučovací disjunkce. První čtyři představíme nyní, tu pátou potom ve cvičení VL_8.

Konjunkce (∧, „a současně“)

argument	∧
<1, 1>	1
<1, 0>	0
<0, 1>	0
<0, 0>	0

Výrok složený pomocí konjunkce je pravdivý jen tehdy, když jsou oba dílčí výroky pravdivé. Konjunkce je komutativní. To znamená, že pořadí členů, na něž se vztahuje, lze zaměnit.

Konjunkci v přirozeném jazyce odpovídá slučovací poměr, který je běžně vyjádřen spojkami „… a …“, „… a současně…“, „… *a zároveň* …“, „… *a také* …“ atp. Ve větě například:

- *Ruská federace má jaderné zbraně a zároveň je stálým členem Rady bezpečnosti OSN.*

Tabulku zadání funkce trochu zjednodušíme tak, že členy argumentů napíšeme pod výrokové proměnné a funkční hodnotu uvedeme tučným řezem pod symbol výrokové spojky. Tak budeme znázorňovat i průběh funkcí ostatních výrokových spojek. Tabulka pro konjunkci bude po zjednodušení vypadat následovně:

p q	∧
1 1	**1**
1 0	**0**
0 1	**0**
0 0	**0**

Disjunkce (∨, „nebo“)

p q	∨
1 1	**1**
1 0	**1**
0 1	**1**
0 0	**0**

Disjunkce se chová jako přičtení – přičteme-li pomocí disjunkce k nějakému výroku pravdivý výrok, výsledek bude pravdivý.

V přirozeném jazyce spojce disjunkce nejlépe odpovídá výraz „… *nebo* …“, případně „… *či* …“. Příklad věty:

- *Vhodnými podmínkami pro stálé členství v RB OSN je reprezentativnost nebo geopolitický význam daného státu.*

Již z uvedené ukázky je zřejmé, že formalizace této věty je sporná. V češtině totiž může spojka „*nebo*“ vyjadřovat jak poměr vylučovací, tak slučovací. Jak ukazuje tabulka pravdivostních hodnot, výrok spojující dílčí výroky spojkou disjunkce je pravdivý, i když jsou oba dílčí výroky pravdivé, nejen jeden z nich. Znamená to, že disjunkce je ve smyslu nevylučovacím. Proto se k „… *nebo* …“ přidává dovětek „*anebo obojí*“. Můžeme poté říci i „*buď platí p nebo q nebo obojí*“. Disjunkce je komutativní, $p \vee q$ je tak totéž, jako $q \vee p$.

Implikace (→, „jestliže, pak“)

p q	→
1 1	**1**
1 0	**0**
0 1	**1**
0 0	**1**

Společně s konjunkcí jde z pohledu debatéra o nejvýznamnější spojku. V přirozeném jazyce ji vyjadřujeme spojeními jako „*jestliže …, pak …*“, přičemž „*jestliže*“ může být vyjádřeno pomocí přípony „*-li*“ u slovesa. Dalšími příklady jsou „*když …, tak …*“ nebo „*pokud …, tak…*“. Příklad:

- *Jestliže stát vlastní jadernou zbraň, tak je stálým členem RB OSN.*

Implikace vrací ve třetím řádku vcelku překvapivou hodnotu: složený výrok spojený implikací je pravdivý i tenkrát, když její první člen je nepravdivý. Pravdivost implikace se tak může dostat do rozporu s přirozeně chápaným smyslem věty, kdy uvažujeme příčinnost či jiné vztahy mezi jevy. Výroková logika se ale *souvislostí jevů v reálném světě nezabývá*, a tak implikace *Jestliže stát vlastní jadernou zbraň, tak je stálým členem RB OSN*, u které vnímáme souvislost mezi vlastnictvím jaderného arsenálu a členstvím v RB OSN, může být pravdivá i tenkrát, když stát jadernou zbraň nevlastní.

Implikace není komutativní, její hodnota závisí na pořadí členů, které *nelze* vzájemně zaměňovat.

Ekvivalence (↔ „právě tehdy, když“)

p q	↔
1 1	**1**
1 0	**0**
0 1	**0**
0 0	**1**

Smysl ekvivalence mají obraty jako: „*… právě tehdy, když …*“, „*… tehdy a jen tehdy …*“, „*… je totéž jako …*“ atp. Věta tvaru ekvivalence je pravdivá tehdy, když jsou oba jednoduché výroky buď pravdivé, anebo nepravdivé. Příklad:

- *Stát má v RB OSN právo veta tehdy a jen tehdy, když je jejím stálým členem.*

Konjunkce, implikace a úsudek

Výrokově-logickou formou úsudku je implikace, jejímž prvním členem je konjunkce předpokladů *p*, *q* … až *n*, druhým členem je závěr *Z*.

Formulí je potom

$(p \wedge q \wedge \ldots \wedge_n) \rightarrow Z.$

Jinak řečeno, implikaci

(premisa$_1$ ∧ premisa$_2$ ∧ … ∧ premisa$_n$) → závěr můžeme převést na úsudek:

premisa$_1$
premisa$_2$
…
premisa$_n$
závěr

a obráceně.

Z průběhu pravdivostní funkce konjunkce přitom víme, že n-členná konjunkce je pravdivá právě tenkrát, když jsou pravdivé všechny její členy a implikace je pravdivá s výjimkou dvojice argumentů <1, 0>.

Příklady: analýza výroků a úsudků přirozeného jazyka prostředky výrokové logiky

- Debatérka argumentovala takto: „*Nosí-li děti školní uniformy, sociální rozdíly nejsou viditelné*“. Jde o implikaci („*nosí-li*“ je jinými slovy totéž co „*jestliže - potom*“). Jejím prvním členem p je výrok „*Děti nosí školní uniformy*“, druhým členem q je výrok „*Sociální rozdíly jsou viditelné*“. Výrok q je negován – „*nejsou*“. Celá formule je $(p \rightarrow \neg q)$.

- V debatě o školních uniformách někdy zazní, že „*Školní uniformy jsou drahé a nejsou pohodlné*“. Vidíme zde opět dva výroky: „*Školní uniformy jsou drahé*“ a „*Školní uniformy jsou pohodlné*“. Druhý výrok je negován „*nejsou pohodlné*“. Spojka „*a*“ vyjadřuje vztah konjunkce. Formulí je $(p \wedge \neg q)$.

- Ve složeném výroku „*Není pravda, že jestliže stát vlastní jaderné zbraně a je významným představitelem globálního regionu, potom je stálým členem RB OSN.*“ Můžeme rozpoznat tři jednoduché výroky: „*Stát vlastní jaderné zbraně*“, „*Stát je významným představitelem regionu*“ a „*Stát je stálým členem RB OSN*“, které označíme postupně p, q, r. V souvětí se vyskytuje negace „*není pravda*“ ($\neg$), a spojky „*a*“, která vyjadřuje konjunkci ($\wedge$) a „*jestliže – potom*“, která vyjadřuje implikaci ($\rightarrow$). Konjunkce spojuje p a q, které jsou prvním členem implikace. Jejím druhým členem je r. Celý složený výrok je negován. Formulí je $\neg((p \wedge q) \rightarrow r)$.

- Příklad úsudku:

Podmínkou stálého členství v RB OSN je vlastnictví jaderných zbraní.
Indie vlastní jadernou zbraň.
Indie splňuje podmínky stálého členství v RB OSN.

První větu („*Podmínkou…*“) označme jako výrok p. Druhou („*Indie vlastní…*“) jako výrok q. Závěr („*Indie splňuje…*“) jako výrok r.

Výrokově-logickou formou úsudků je implikace, jejímž prvním členem je konjunkce předpokladů a druhým členem závěr. Formulí předchozího jazykového úsudku je proto $(p \wedge q) \rightarrow r$.

VL_1

Procvičte si formalizaci jazykově vyjádřených úsudků ve cvičení VL_1.

Ohodnocení (valuace)

V přirozeném jazyce pomocí výroků popisujeme, jaký je svět. Výrok „*Alík je pes*“ je pravdivý, tj. nabývá pravdivostní hodnotu pravda, pokud je stav světa takový, že Alík je pes. Obdobně potom pro „*Kvido má auto*“. Dané dva výroky označme po řadě *p* a *q*. Dohromady jsou tu čtyři stavy světa, které po řadě označíme v_1, v_2, v_3, v_4.

v_1: Alík je pes. Kvido má auto.
v_2: Alík je pes. Kvido nemá auto.
v_3: Alík není pes. Kvido má auto.
v_4: Alík není pes. Kvido nemá auto.

Každý stav světa uvedené výroky *ohodnocuje*, činí je pravdivými, nebo nepravdivými. Například v_2 činí *p* pravdivým a *q* nepravdivým. Toto ohodnocení značíme $v(p) = 1$, $v(q) = 0$. Pravdivost jednoduchého výroku/formule je tak určena *pravdivostním ohodnocením*, jímž je právě *v*. (Označení „*v*“ je odvozeno z prvního písmene slova *valuace,* jak se také pravdivostní ohodnocení nazývá.) V případě složených výroků jako třeba $p \wedge q$ jejich pravdivost pochopitelně závisí na významu, tj. pravdivosti jejich složek. Výrok jako $p \wedge q$ je pravdivý právě tehdy, když jsou pravdivé jeho složky *p* a *q*, čili když pravdivostní ohodnocení pro *p* a *q* je shodné, jmenovitě je to hodnota 1.

Pravdivostní ohodnocení *v* je funkce zobrazující všechny proměnné na hodnoty 1 a 0.

Tautologie, kontradikce, model, splnitelnost

Tautologie znamená věta vždy pravdivá. Slovo *vždy* znamená za všech okolností. Ve výrokové logice tedy *při jakémkoliv pravdivostním ohodnocení*. Jiným názvem pro tautologii je *logicky platná formule.* Tautologie platí nepodmíněně, je zcela nezávislá na stavu světa.

Výrokově-logickou tautologií je formule, která nabývá hodnoty 1 při *každém* ohodnocení výrokových proměnných, tj. při každé valuaci.

Příklady tautologií jsou třeba $p \rightarrow p$ anebo $p \rightarrow (p \vee q)$. Tautologii značíme značkou $\models$ před formulí. Tautologičnost formulí tedy označíme $\models p \rightarrow p$, resp. $\models p \rightarrow (p \vee q)$.

Že uvedené příklady jsou skutečně tautologiemi, ověříme takzvanou tabulkovou metodou. Její vysvětlení naleznete v dalším oddíle, k ověření se proto vrátíme na následujících stranách.

Kontradikce je vždy nepravdivá věta. Kontradikci získáme negací tautologie. Obráceně potom negací kontradikce získáme tautologii. To ovšem znamená, že i kontradikce je zcela nezávislá na stavu světa, respektive ohodnocení proměnných.

Výrokově-logickou kontradikcí je formule, která nabývá hodnoty 0 při každém ohodnocení výrokových proměnných, tj. při každé valuaci.

Příkladem kontradikce je třeba $p \wedge \neg p$. Kontradikce se značí značkou $\models$ za formulí: $p \wedge \neg p \models$.

Modelem formule je takové ohodnocení proměnných *v*, že formule je v tomto ohodnocení pravdivá, funkce vrací hodnotu 1.

Splnitelná je taková formule, která má alespoň jeden model. To znamená, že alespoň v jednom ohodnocení výrokových proměnných *v* tato formule nabývá hodnoty 1.

Tautologie je tedy vždy splnitelnou formulí, to znamená, že všechna ohodnocení jsou modelem. Splnitelná formule ale tautologií být nemusí, protože jen některá ohodnocení jsou modelem. Nesplnitelná formule nemá žádný model a je kontradikcí. Splnitelná formule tak může být netautologická a je nekontradiktorická.

Zjištění pravdivostních hodnot formule tabulkovou metodou

K ověření, zda nějaká formule je tautologií, resp. kontradikcí, s úspěchem použijeme tzv. *tabulkovou metodu*. Touto metodou zjistíme celý průběh pravdivostních hodnot funkce, můžeme ji tak použít i k určení modelu formule a zjištění, zda je formule splnitelná. Možností, jak tuto tabulku sestavit, je několik. Můžete zkusit třeba tuto:

1) Spočítáme všechny výrokové proměnné, které jsou ve formuli užity, jejich počet je n. Poté připravíme 2^n řádků řádek záhlaví nepočítaje. V příkladu uvažujeme tři proměnné, je proto potřeba připravit 2^3 řádků.

2) Tabulka bude mít jistý počet sloupců. Do prvního sloupce zaznačíme možná ohodnocení - argumenty. Do záhlaví napíšeme vedle sebe proměnné. Například $p\ q\ r$. Pod tu poslední vpravo, zde r, vepíšeme sloupec jedniček a nul, střídavě 1, 0, začínáme jedničkou. Pokračujeme proměnnou vlevo od poslední, zde q, a vepíšeme dvě jedničky, pod ně dvě nuly, dvě jedničky atd. Takto postupujeme dále doleva, pro všechny proměnné. Vždy začneme jedničkou a počet jedniček je přitom dvojnásobný oproti sloupci vpravo. Smyslem je připravit si všechny možné kombinace, které mohou při ohodnocení p, q a r nastat.

   Příklad prvního sloupce tabulky pro tři proměnné p, q, r:

p q r
1 1 1
1 1 0
1 0 1
1 0 0
0 1 1
0 1 0
0 0 1
0 0 0

3) Vytvoříme vhodný počet sloupců. Jejich počet na rozdíl od řádků není daný. Sloupce budete přidávat anebo ubírat podle zběhlosti v použití této metody. Vcelku jednoduchým a přehledným řešením je připravit si jeden sloupec pro každou formuli, kterou budeme vyhodnocovat, zleva doprava, v tom pořadí, v jakém je budeme vyhodnocovat. V posledním sloupci bude závěrečné vyhodnocení celé formule. Pro formuli $(p\vee q)\rightarrow\neg q$ by hlavička tabulky potom mohla vypadat takto:

p q (argumenty)	$(p\vee q)$	$\neg q$	$(p\vee q)\rightarrow\neg q$

   Počet sloupců si můžete upravovat tak, aby vyhodnocení jednotlivých formulí bylo pro vás přehledné. Více sloupců přispívá přehlednosti, ale přidává práce a naopak.

4) Na základě vložených argumentů – pravdivostních hodnot výroků – a pravdivostních funkcí výrokových spojek postupně vyhodnocujeme formule v jejich pořadí. Nakonec vyhodnotíme celou formuli.
   Vyhodnocení průběhu pravdivostní funkce formule $(p\vee q)\rightarrow\neg q$ potom vypadá takto:

p q	$(p\vee q)$	$\neg q$	$(p\vee q)\rightarrow\neg q$
1 1	1	0	**0**
1 0	1	1	**1**
0 1	1	0	**0**
0 0	0	1	**1**

Vyhodnocením, které je v posledním sloupci, jsme zjistili, že tato formule není ani tautologií, ani kontradikcí. Zjistili jsme dále, že formule je splnitelná: ve druhém a čtvrtém řádku vrací pro argumenty <1, 0> a <0, 0> hodnotu 1. Tyto valuace jsou modely dané formule.

Zkusme nyní pomocí tabulky pravdivostních hodnot ověřit, zda výše uvedené příklady $\vDash p \to p$, $\vDash p \to (p \vee q)$ jsou skutečně tautologiemi. Nejdříve $\vDash p \to p$

p	**p→p**
1	**1**
0	**1**

Opravdu, tato formule vrací hodnotu 1 pro každou valuaci *p*, je tautologií. Pro druhý příklad:

p q	**(p∨q)**	**p→(p∨q)**
1 1	1	**1**
1 0	1	**1**
0 1	1	**1**
0 0	0	**1**

I tento příklad je ukázkou tautologie.

Ověřme ještě kontradiktoričnost formule $p \wedge \neg p \vDash$

p	**¬p**	**(p∧¬p)**
1	0	**0**
0	1	**0**

Tabulka vrací v posledním sloupci nuly, ověřili jsme, že formule je kontradiktorická.

Pořadí vyhodnocování

V uvedených příkladech se jednotlivé formule vyhodnocovaly zleva doprava. Tak je to správně. Před pořadím zleva doprava má ale přednost vyhodnocení závorek a také negace. Pořadí priorit a postup je takový: nejdříve negace, potom závorky, to vše zleva doprava. Ve formuli

$$(p \vee q) \to \neg q$$

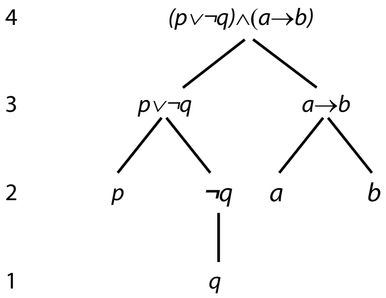
jsme nejdříve vyhodnotili závorku $(p \vee q)$, poté negaci *q* a nakonec výslednou implikaci.

Ve skutečnosti ale některá vyhodnocení provádíme současně, jsou na stejné úrovni. *Současně* zde znamená, že je jedno, jestli vyhodnotíme nejdříve tu či onu formuli. Důležité je, že před dalším krokem vyhodnotíme obě anebo všechny. Takto jsme ve výše uvedeném příkladu řešili současně $(p \vee q)$ a $\neg q$. Klidně jsme mohli jejich vyhodnocení provést obráceně, důležité bylo, že jsme je provedli před řešením výsledné implikace.

Postup vyhodnocení si ukážeme ještě na jednom příkladu:

$$(p \vee \neg q) \wedge (a \to b)$$

Vyhodnocení bude stejné – negace, závorky, zleva doprava. Že je priorita vyhodnocení dílčích formulí stejná a je tedy jedno, kterou vyhodnotíme dříve, si budeme ilustrovat na tzv. formačním stromu formule. Diagram připomíná obrácený strom. Nahoře je kořen stromu, níže jsou větve, ty se větví v tzv. uzlech a úplně poslední, nejníže, jsou listy. Vyhodnocení probíhá odspodu nahoru, od listů, to jsou výrokové proměnné, až po poslední spojku. Pro větší názornost jsme jednotlivé řádky očíslovali. Začíná se řádkem 1, končí řádkem 4. Co *na řádku* vyhodnotíte dříve a co později, je jedno. Důležité je vyhodnotit vše na daném řádku a teprve potom postoupit na vyšší řádek.



Ve stejném pořadí se postupuje při vyhodnocení pravdivostní tabulky. Některé formule se vyhodnocují jakoby současně, což může znamenat, že bez rozpaků můžete začít tou více vpravo.

V případě, že o pořadí vyhodnocení závorky nerozhodnou, vyhodnocujeme formuli zleva doprava. Tak například formuli

$$p \to q \to r$$

vyhodnocujeme tak, jako by byla zapsána ve tvaru

$$(p \to q) \to r$$

Tipy a triky

Pro vyhodnocení formulí tabulkou pravdivostních hodnot existují různá zjednodušení. Určitě se vám bude hodit následující:

- Není třeba vyhodnocovat každou formuli shora dolů a u každého řádku přemýšlet, jakou hodnotu funkce vrací. Stačí si zapamatovat, v čem je každá z pravdivostních funkcí výjimečná, pro tuto výjimečnou hodnotu najít příslušné argumenty, zapsat ji a v ostatních řádcích daného sloupce už jen prostě doplnit opačnou hodnotou.

Jasnější to bude na příkladu. Dejme tomu, že chceme vyhodnotit formuli $(p \vee q) \to \neg q$. Nejdříve chceme vyhodnotit disjunkci $p \vee q$. O disjunkci víme, že je výjimečná v tom, že nulu vrací pouze pro argumenty <0, 0>. Vyhledáme tedy ve sloupci argumentů řádek, kde jsou tyto argumenty, je to ten čtvrtý, a vepíšeme hodnotu 0. Nad zbytkem není třeba přemýšlet, do všech ostatních řádků ve sloupci dané formule vepíšeme jedničku.

p q	**(p∨q)**
1 1	1
1 0	1
0 1	1
0 0	**0**

Konjunkce je výjimečná v tom, že pouze pro argumenty <1, 1> vrací hodnotu 1, implikace zase pouze pro argumenty <1, 0> vrací hodnotu 0. Ekvivalence takovouto jedinečnost nemá, tedy má, ale pro dvojice: pro dvojice argumentů <0, 0> a <1, 1> vrací hodnotu 1.

- Tento postup je zvlášť výhodný pro vícečetné disjunkce a konjunkce, nemusíme totiž řešit každou formuli a na každém řádku. Vícečetná konjunkce bude pravdivá jen pro argumenty <1, 1, 1, 1, …>, jinak vrací hodnotu 0, vícečetná disjunkce bude nepravdivá jen pro argumenty <0, 0, 0, 0, …>, jinak vrací hodnotu 1.
- Tabulku často používáme pro kontrolu vyplývání. Přitom většinou pracujeme s hypotézou, že výrok z množiny předpokladů skutečně vyplývá. Vyplývání je formálně implikací, při vyhodnocení závěrečné implikace se pak namísto vyhodnocení každého řádku můžeme omezit na hledání situace, kdy první člen výsledné implikace je 1 a druhý 0 a celá implikace tak vrací hodnotu nepravda. Pokud takovou situaci nenajdeme, hypotéza se potvrdila a celý sloupec doplníme jedničkami.

- Tam, kde se již bezmyšlenkovitě opakuje stejná hodnota, můžete zvážit namísto psaní sloupce jedniček či nul prostě přes všechny řádky napsat jednu velkou jedničku či nulu, asi jako na vysvědčení z první třídy:

<table>
<tr><th>p q</th><th>(p∨q)</th></tr>
<tr><td>1 1</td><td rowspan="3">1</td></tr>
<tr><td>1 0</td></tr>
<tr><td>0 1</td></tr>
<tr><td>0 0</td><td>0</td></tr>
</table>

Další zjednodušení vás napadnou při častějším používání tabulky. Záležet bude také na konkrétní formuli a „jak rychle vám to ten den myslí“. Někdy například budete chtít vypisovat samostatný sloupec pro negaci proměnné, jindy převod na negaci provedete jen v hlavě a rovnou budete vyhodnocovat další operace s touto negací.

Tabulku pravdivostních hodnot lze zadat více způsoby. Existují ale i jiné způsoby, jak formule vyhodnotit, mnohé jsou přitom rychlejší. Vřele doporučujeme například metodu protipříkladu, jejíž postup a vysvětlení najdete ve cvičení VL_3.

VL_2, VL_3

Ve cvičení VL_2 a VL_3 procvičujte vyhodnocení průběhu pravdivostních hodnot formulí pomocí tabulkové metody. Seznamte se s metodou protipříkladu. Metodou protipříkladu určete, zda dané formule jsou tautologické, kontradiktorické či splnitelné.

3. Výroková logika

Platný úsudek

Tabulkovou metodou anebo jinak, logika má nástroje, jak poznat, zda formule, a potom i úsudková forma, které je daná formule formalizací, je tautologií, je splnitelná anebo je kontradikcí.

Výrokově-logické vyplývání

Představme nyní výrokově-logickou definici vyplývání:

Formule Z výrokově-logicky vyplývá z formulí P_1, P_2, …, P_n právě tehdy, když při všech valuacích platí, že jsou-li všechny formule P_1, P_2, …, P_n pravdivé, je pravdivá rovněž formule Z.

Vyplývání Z z P_1, P_2, až P_n zapisujeme: $P_1, P_2, \dots, P_n \vDash Z$.

Závěr Z vyplývá z P_1, P_2, až P_n právě tehdy, když konjunkce všech formulí P_1, P_2, až P_n implikuje Z s logickou nutností, tedy když je formule $(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow Z$ tautologií.

To značíme $\vDash (P_1 \wedge P_2 \wedge \dots P_n) \rightarrow Z$.

Čili $P_1, P_2, \dots, P_n \vDash Z$ je totéž jako $\vDash (P_1 \wedge P_2 \wedge \dots P_n) \rightarrow Z$.

Neexistuje tedy případ, kdy by se pravdivost formulí P_1, P_2, …, P_n nepřenesla na Z, neboli všechny premisy byly pravdivé a závěr nepravdivý.

Výrokově-logicky platný úsudek

Definici vyplývání jsme potřebovali proto, abychom poznali, zda je úsudek platný:

Úsudek U je platný právě tehdy, když jeho *závěr Z vyplývá* z jeho předpokladů P_1, P_2, …, P_n.

Společně s definicí vyplývání to znamená, že závěr Z nemůže být nepravdivý, jestliže jsou všechny jeho premisy pravdivé. (Nezaměňujte přitom valuaci závěru a jeho pravdivost – valuace může být „0“ a pro tuto valuaci závěr může být pravdivý.) Ukažme si příklad jazykově vyjádřeného úsudku:

Jestliže prší, je mokro.

Prší.
___

Je mokro.

Úsudek prohlásíme za platný, protože je platnou jeho logická forma:

$p \rightarrow q$

p
___

q

Podle výrokové logiky závěr q této úsudkové formy výrokově-logicky vyplývá z premis $p \rightarrow q$ a p. Logická forma daného úsudku zaručuje, že se pravdivost premis přenese na závěr.

Pro názornost se podívejme na tři z možných distribucí pravdivostních hodnot pro tuto úsudkovou formu, tedy tři valuace $v_1 - v_3$:

$$v_1)\quad \begin{array}{ll} p_1 \rightarrow q_1 & 1 \\ p_1 & 1 \\ \hline q_1 & 1 \end{array} \qquad v_2)\quad \begin{array}{ll} p_1 \rightarrow q_0 & 0 \\ p_1 & 1 \\ \hline q_0 & 0 \end{array} \qquad v_3)\quad \begin{array}{ll} p_0 \rightarrow q_1 & 1 \\ p_0 & 0 \\ \hline q_1 & 1 \end{array}$$

Dolní index u proměnné označuje její valuaci. Proměnným p a q přiřadíme ohodnocení 1, 0. Formuli $(p \rightarrow q)$ vyhodnotíme, získáme tak ohodnocení pro obě premisy a závěr.

Vidíme, že tato úsudková forma je platná bez ohledu na její konkrétní valuaci. Platnost je založena na tom, že při valuaci jako je v_1, *při níž jsou pravdivé všechny premisy, je pravdivý také závěr*. Když premisy pravdivé nejsou, závěr pravdivý být může, ale nemusí, srovnejte ohodnocení v_2 a v_3. To na platnosti této úsudkové formy nic nemění.

Pozor, jak jsme řekli výše, nezaměňujte valuaci a pravdivost. Závěr úsudku s valuací v_2, kde ohodnocení závěru zní „0", je výrokově-logicky *platný.* Platnost úsudku *neznamená, že je či musí být závěr či některá premisa pravdivá*. Jde o platné úsudkové schéma, nutný vztah mezi předpoklady a závěrem.

Uzavřeme tuto část s tím, že:

Jazykově formulovaný úsudek *U* je výrokově-logicky platný právě tehdy, když závěr *Z* jeho logické formy výrokově-logicky vyplývá z premis $P_1, P_2, \ldots, P_n$ jeho úsudkové formy.

VL_4

Ve cvičení VL_4 si procvičte dovednost ověřování platnosti úsudků metodou protipříkladu.

Ověření platnosti úsudku

V části věnované výrokové logice jsme si pro tento kurz stanovili dva významné cíle: ukázat, jak lze určit platnost úsudku, a také, jak se dobrat platného závěru. První cíl je v zásadě splněn.

Pro jistotu si nyní shrneme, jakými způsoby můžeme ověřit, zda úsudek je platný a přidáme ještě jeden způsob navíc. Toto ověření byste nyní měli zvládnout dvěma způsoby:

1) Ověřením, že logická formule, která je formalizací daného úsudku, je tautologií.
2) Ověřením, že závěr úsudku vyplývá z předpokladů.

Ad1) Vyřešíte metodou pravdivostní tabulky, případně metodou protipříkladu.
Ad2) Najdete takovou valuaci, při které jsou pravdivé jak předpoklady, tak závěr daného úsudku.

Obojí byste v tuto chvíli již měli zvládnout. Přesto nabízíme ještě třetí, velmi jednoduchou metodu.

Platná úsudková schémata

V logice platí věty o nahrazení. Ty říkají, že v tautologii lze formule a proměnné nahrazovat jinými formulemi a proměnnými. Říkají také to, že v rámci formule lze její části nahrazovat jinými formulemi. Současně lze každou výrokovou spojku definovat pomocí jiných výrokových spojek. Počet tautologií a jim ekvivalentních správných úsudkových forem je tak nekonečný. Všechny je ale možné zjednodušit do několika. Ty potom slouží jako axiomy, logické zákony. Logické zákony můžeme používat jako odvozovací pravidla pro dokazování složitějších úsudkových forem. Několik základních se můžete naučit a na první pohled tak určit, zda váš úsudek anebo úsudek vašich oponentů platné úsudkové formě odpovídá, anebo ne. Pokud odpovídá, to znamená, že byl sestaven podle stejného „vzorce", potom je platný. Pokud se současně naučíte některé nejběžnější neplatné úsudkové formy, potom se můžete sami vyhnout chybě a také na první pohled odhalit neplatné úsudky vašich oponentů. Pokud úsudek do (ne)platného schématu nedokážete zařadit, stále ještě máte možnost ověřit jeho platnost podle postupu 1) a 2).

Platné úsudkové formy jsou známy po staletí a mají tak i tradiční názvy. Pro snazší orientaci používáme metaznaky *A, B, C*, které stojí na místě libovolné proměnné či formule.

- **Modus ponens** (také modus ponendo ponens, tvrzení předpokladu, pravidlo odloučení)

$$\frac{A \to B \qquad A}{B}$$

Jestliže se otepluje, potom roste koncentrace CO_2 v atmosféře.
Otepluje se.

Koncentrace CO_2 v atmosféře roste.

- **Modus tollens** (také modus tollendo tollens, popření důsledku)

$$\frac{A \to B \qquad \neg B}{\neg A}$$

Jestliže se otepluje, potom roste koncentrace CO_2 v atmosféře.
Není pravda, že koncentrace CO_2 v atmosféře roste.

Neotepluje se.

- **Disjunktivní sylogismus** (také modus tollendo ponens)

$$\frac{A \vee B \qquad \neg A}{B} \quad \text{nebo} \quad \frac{A \vee B \qquad \neg B}{A}$$

Otepluje se anebo roste koncentrace CO_2 v atmosféře.
Neotepluje se.

Koncentrace CO_2 v atmosféře roste.

Nebo: *Otepluje se anebo roste koncentrace CO_2 v atmosféře. Koncentrace CO_2 neroste. ∴Otepluje se.*

- **Hypotetický sylogismus**

$$\frac{A \to B \qquad B \to C}{A \to C}$$

Jestliže se otepluje, potom roste koncentrace CO_2 v atmosféře.
Jestliže roste koncentrace CO_2 v atmosféře, rostliny prospívají.

Jestliže se otepluje, rostliny prospívají.

Příklady neplatných úsudkových forem

- **Popření předpokladu**

  $A \rightarrow B$

  $\neg A$

  $\neg B$

  Jestliže se otepluje, potom roste koncentrace CO_2 v atmosféře.

  Neotepluje se.

  Není pravda, že roste koncentrace CO_2 v atmosféře.

- **Tvrzení důsledku**

  $A \rightarrow B$

  B

  A

  Jestliže se otepluje, potom roste koncentrace CO_2 v atmosféře.

  Koncentrace CO_2 v atmosféře roste.

  Otepluje se.

Toto byly příklady některých jednoduchých platných a neplatných úsudkových forem. Protože v pravidlech debatování je výslovný požadavek na jednoduchost a snadnou srozumitelnost argumentace, se složitějšími schématy se v debatní praxi asi nesetkáte.

VL_5

Procvičte si dovednost určit (ne)platnost úsudku srovnáním s představenými (ne)platnými úsudkovými formami ve cvičení VL_5.

Určení vyplývajícího výroku

Dovednost rozpoznat platný závěr je užitečná pro obě strany v debatě. Afirmativní tým si během přípravy zkontroluje, že jejich úsudky jsou správné a do debaty pak přináší právě jen ty správné argumenty. To znamená takové, jejichž závěr je platný. Negativní tým v průběhu debaty zjišťuje, jestli tomu tak opravdu je.

Běžně ale nastává i situace, kdy potřebujete odvodit, co vlastně z předpokladů vyplývá. V přípravě na debatu například narazíte na pozorování světa, nějaká data, fakta. Z nich chcete odvodit tvrzení. To znamená určit vyplývající výrok. To je něco zásadně jiného, než bylo ověření platnosti. Uveďme si příklad, kdy se tým chystá na debatu o řešení dopravní situace před školou. Tým zjistil, že při výstavbě křižovatky hrají roli zejména tyto její parametry:

- *bezpečnost*
- *kapacita*
- *cena*

Tým dále zjistil, že pro uvažovaný konkrétní typ křižovatky platí následující:

- *Křižovatka má vysokou kapacitu anebo je bezpečná.*
- *Křižovatka je drahá anebo nebezpečná.*

Co z těchto faktů vyplývá? Můžete to zkusit prostou úvahou anebo pomocí nástrojů výrokové logiky. S úspěchem zde využijete tzv. rezoluční metodu.

Rezoluční metoda – postup

Rezoluční metoda, ostatně jako všechny ostatní metody VL, předpokládá jako první krok formalizaci.

1) Jazykově vyjádřené výroky převedeme do podoby logických formulí.

Křižovatka má vysokou kapacitu. Označme tento výrok jako výrok *k*.
Křižovatka je bezpečná. Označme tento výrok jako výrok *b*.
Křižovatka je drahá. Označme tento výrok jako výrok *d*.

Logické formule jsou: $(k \vee b)$, $(d \vee \neg b)$.

2) Jednotlivé formule uvedeme pod sebou, pro lepší orientaci si je označíme čísly. Na znamení toho, že toto jsou všechny předpoklady, je podtrhneme:

1	$k \vee b$
2	$d \vee \neg b$

3) Nyní použijeme tzv. rezoluční pravidlo. Vypadá takto:

$$\frac{(A \vee l) \wedge (B \vee \neg l)}{(A \vee B)}$$

Aniž bychom v tuto chvíli řešili, co přesně znamená *l*, pravidlo v zásadě říká, že jsou-li formule v jistém jednoduchém tvaru, potom můžeme výrokové proměnné (= atomické formule) s obrácenou polaritou „vykrátit“ a to, co nám po „vykrácení“ všech formulí zbude, z původních formulí vyplývá. V příkladu křižovatky lze takto vzájemně vykrátit atomické formule *b* a $\neg b$.

To, co nám po kroku vykrácení zbude, se nazývá *rezolventa*. Rezolventu tvoří „zbytky“ původních formulí. V našem příkladu z první formule zbylo *k* a z druhé *d*. Rezolventa je ve tvaru disjunkce. Rezolventou formulí 1 a 2 je tak $k \vee d$. Rezolventu uvedeme do nového řádku, zde třetího, a pro snazší orientaci si napravo poznačíme, co jsme vlastně dělali. V tomto případě jsme na formule na prvním a druhém řádku uplatnili rezoluční pravidlo. Poznámku můžeme zkrátit do podoby „rezoluce 1, 2“.

1	$k \vee b$	
2	$d \vee \neg b$	
3	$k \vee d$	rezoluce 1, 2

4) Stejný postup, totiž použití rezolučního pravidla, „rezolvování“, opakujeme tak dlouho, dokud jej opakovat lze, včetně nově vzniklých řádků. Hledáme tedy, jestli lze rezoluční pravidlo použít pro řádky 1 a 3. Nelze, tyto řádky neobsahují žádné výrokové proměnné s obrácenou polaritou. Pokračujeme systematicky řádky 2 a 3. Ani zde již rezolvovat nelze. V tomto případě algoritmus končí. Výsledkem je rezolventa $k \vee d$, formule, která z původních formulí *vyplývá*.

Rezoluční metodu lze použít za lecjakým účelem. Existuje pak i více způsobů, *jak* ji použít. Pro náš účel, totiž odvození vyplývajícího výroku, resp. logických důsledků z množiny formulí, používejte výše uvedený postup. Postup si zopakujeme a ještě jednou ukážeme na dalším příkladu. Mějme tuto množinu formulí:

1	$\neg p \vee q$
2	$r \vee \neg q$
3	$\neg r$

Systematicky rezolvujeme první formuli s druhou, první se třetí, druhou se třetí, druhou se čtvrtou, pokud mezitím rezolucí vznikla atd. Pokud něco „vykrátíme“, třeba rezolvováním první a druhé formule, rezolventu zapíšeme pod čáru předpokladů a pro další rezoluci první a třetí formule použijeme znovu celou první formuli, totéž potom s druhou formulí.

1	$\neg p \vee q$	
2	$r \vee \neg q$	
3	$\neg r$	
4	$\neg p \vee r$	rezoluce 1, 2
5	$\neg q$	rezoluce 2, 3
6	$\neg p$	rezoluce 3, 4

Z daných předpokladů (formule 1–3) logicky vyplývají *všechny* odvozené rezolventy (4–6).

Rezolventa

Co jsme získali? V obou případech jsme získali něco, co se nazývá rezolventa. Ta má tuto vlastnost: není ekvivalentní původním formulím, avšak uchovává jejich pravdivost. Jinak řečeno, rezolventa z původních formulí vyplývá.

Zbývá tedy poslední krok, převést získanou formuli, rezolventu, zpět do podoby věty přirozeného jazyka. V příkladu s křižovatkou jsme zjistili, že rezolventou je formule $k \vee d$. V jazykovém vyjádření potom:

Uvažovaná křižovatka má vysokou kapacitu anebo je drahá.

Kontrola výsledku

Že uvedené výroky z množiny formulí – předpokladů opravdu vyplývají, můžeme ověřit opět rezoluční metodou. Protože ale v mnoha případech budete muset formule získané formalizací upravovat, bude jistější výsledek ověřit pravdivostní tabulkou. Logickou formou je implikace, jejímž prvním členem je konjunkce předpokladů, druhým závěr. Pro první příklad:

k	b	d	$k \vee b$	$\wedge$	$d \vee \neg b$	$\rightarrow$	$k \vee d$
1	1	1	1	1	**1** 0	**1**	1
1	1	0	1	0	**0** 0	**1**	1
1	0	1	1	1	**1** 1	**1**	1
1	0	0	1	1	**1** 1	**1**	1
0	1	1	1	1	**1** 0	**1**	1
0	1	0	1	0	**0** 0	**1**	0
0	0	1	0	0	**1** 1	**1**	1
0	0	0	0	0	**1** 1	**1**	0

Opravdu, daná implikace je tautologií. Výrok $k \vee d$ z množiny předpokladů vyplývá.
Pro druhý příklad:

p	q	r	$\neg p \vee q$	$\wedge$	$r \vee \neg q$	$\wedge$	$\neg r$	$\rightarrow$	$\neg p \vee r$
1	1	1	0 **1**	1	**1** 0	0	0	**1**	0 **1**
1	1	0	0 **1**	0	**0** 0	0	1	**1**	0 **0**
1	0	1	0 **0**	0	**1** 1	0	0	**1**	0 **1**
1	0	0	0 **0**	0	**1** 1	0	1	**1**	0 **0**
0	1	1	1 **1**	1	**1** 0	0	0	**1**	1 **1**
0	1	0	1 **1**	0	**0** 0	0	1	**1**	1 **1**
0	0	1	1 **1**	1	**1** 1	0	0	**1**	1 **1**
0	0	0	1 **1**	1	**1** 1	1	1	**1**	1 **1**

I v druhém příkladu jsme ověřili, že výrok $\neg p \vee r$ získaný rezoluční metodou z množiny formulí opravdu vyplývá. Pro ověření vyplývání výroků $\neg p$ a $\neg q$ si můžete přidat další sloupce tabulky, jde to ale i rychleji: aby byla implikace nepravdivá, musí být její první člen pravdivý a druhý nepravdivý. První podmínka je splněna pouze v osmém řádku. V něm ale negací proměnných p a q nelze získat hodnotu nepravda, výsledná implikace proto bude vždy pravdivá, je tautologií. Ověřili jsme, že všechny získané výroky z dané množiny formulí opravdu vyplývají.

VL_6

Procvičte si určení vyplývajícího výroku rezoluční metodou.

Klauzulární forma a transformace formulí

Výše zaznělo, že rezoluční metodu lze uplatnit, „jsou-li formule v jistém jednoduchém tvaru". Do tohoto jistého jednoduchého tvaru, nazývá se klauzulární forma, KNF, je ovšem třeba je nejdříve převést. To se děje transformacemi formulí. Pomocí sady transformačních pravidel, logických zákonů, se formule převedou na takzvané klauzule. Klauzule mají tvar atomických formulí nebo jejich negací a disjunkcí těchto atomických formulí – literálů. (Atomické formule zde nazýváme *literál,* první písmeno tohoto slova, *l*, je potom oním „l" v rezolučním pravidle.) Klauzule tak má tvar p nebo $\neg p$ nebo $(p \vee q)$, $(p \vee \neg q)$, $(p \vee q \vee \neg r)$ atp. Klauzule se skládají do složitějších formulí pomocí konjunkcí. To celé, konjunkce klauzulí, se pak nazývá klauzulární forma.

V obou dvou výše uvedených příkladech byly formule právě v klauzulární formě. Tak tomu ovšem pochopitelně není vždy. Pokud budete chtít pomocí rezolučního pravidla určit vyplývající výrok, budete mezi kroky 1 (formalizace) a 2 (uvedení klauzulí pod sebe) muset vložit mezikrok, kterým je transformace formulí do klauzulární formy.

Budou se k tomu hodit zejména tato pravidla:

• Zákon distributivity	$p \vee (q \wedge r)$	$\leftrightarrow$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
• Zákon komutativity	$p \vee q$	$\leftrightarrow$	$q \vee p$
• Zákon asociativity	$p \vee (q \vee r)$	$\leftrightarrow$	$p \vee q \vee r$
• Zákon idempotence	$p \vee p$	$\leftrightarrow$	p
• Dvojí použití z. distributivity	$(p \vee (q \wedge r)) \wedge (q \vee (r \wedge s))$	$\leftrightarrow$	$(p \wedge q) \vee (r \wedge s)$

Všechny uvedené zákony platí pro $\vee$ i $\wedge$, stačí spojky zaměnit.

- **Převod implikace na disjunkci a obráceně:**

Výchozí ekvivalencí je $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$, z ní se dají odvodit tvary disjunkce i pro negované členy implikace. Pokud se vám nad nimi nechce přemýšlet, zde jsou:

$p \rightarrow q \quad \leftrightarrow \quad \neg p \vee q$
$p \rightarrow \neg q \quad \leftrightarrow \quad \neg p \vee \neg q$
$\neg p \rightarrow q \quad \leftrightarrow \quad p \vee q$
$\neg p \rightarrow \neg q \quad \leftrightarrow \quad p \vee \neg q$

Všimněte si: U prvního členu disjunkce se obrátí polarita, druhý se „opíše", jak je.

- **Převod negované konjunkce na disjunkci:**

Zde je výchozí ekvivalencí $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$. Tato ekvivalence se nazývá De Morganův zákon: negace konjunkce je disjunkcí negací. Tvary negací lze opět odvodit. Variantami De Morganova zákona tak jsou tyto ekvivalence:

$\neg(p \wedge q) \quad \leftrightarrow \quad \neg p \vee \neg q$
$\neg(p \wedge \neg q) \quad \leftrightarrow \quad \neg p \vee q$
$\neg(\neg p \wedge q) \quad \leftrightarrow \quad p \vee \neg q$
$\neg(\neg p \wedge \neg q) \quad \leftrightarrow \quad p \vee q$

Všimněte si: Negace před závorkou a tím i celá závorka se odstraní, u obou členů se obrátí polarita.

- **Odstranění negace disjunkce $\neg(p\vee q)$:**

Jistě se může stát, že výchozí formule je ve tvaru negované disjunkce. Té je třeba se nějak zbavit, v klauzuli totiž může být negovaný jen literál, ne celá klauzule. Na stejný problém narazíme při transformacích konjunkce a negované implikace na disjunkci, obojí totiž vrátí buď negovanou disjunkci, anebo konjunkci, a ta zase negovanou disjunkci. Naštěstí není pomoc tak složitá, stačí si uvědomit, že klauzulární forma je konjunkcí klauzulí a že klauzuli tvoří literál nebo disjunkce literálů. Naší snahou je dobrat se jednoduché formule v podobě disjunkce, například $p\vee q$, ale stejně tak je použitelná i jednoduchá konjunkce. Formuli $p\wedge q$ totiž můžeme rozdělit na dvě klauzule: p a q. V klauzulární formě je napíšeme pod sebe:

p
q

Negovanou disjunkci proto převedeme na konjunkci, vzniklé klauzule budeme v klauzulární formě psát pod sebe. Z výchozí ekvivalence $\neg(p\vee q)\leftrightarrow(\neg p\wedge\neg q)$ (opět De Morganův z.) se snadno odvodí ostatní možnosti:

$\neg(p\vee q)$	$\leftrightarrow$	$\neg p\wedge\neg q$
$\neg(p\vee\neg q)$	$\leftrightarrow$	$\neg p\wedge q$
$\neg(\neg p\vee q)$	$\leftrightarrow$	$p\wedge\neg q$
$\neg(\neg p\vee\neg q)$	$\leftrightarrow$	$p\wedge q$

Všimněte si: Negace před závorkou a tím i celá závorka se odstraní, u obou členů se obrátí polarita.

- **Převod negované implikace na konjunkci:**

I zde je cílem zbavit se negace před závorkou. Negovanou disjunkci převedeme na konjunkci a dále s ní nakládáme jako v předchozím případě – v klauzulární formě uvedeme její členy pod sebe. Možnosti vycházejí z ekvivalence $\neg(p\rightarrow q)\leftrightarrow(p\wedge\neg q)$.

$\neg(p\rightarrow q)$	$\leftrightarrow$	$p\wedge\neg q$
$\neg(p\rightarrow\neg q)$	$\leftrightarrow$	$p\wedge q$
$\neg(\neg p\rightarrow q)$	$\leftrightarrow$	$\neg p\wedge\neg q$
$\neg(\neg p\rightarrow\neg q)$	$\leftrightarrow$	$\neg p\wedge q$

Všimněte si: Negace před závorkou a tím i celá závorka se odstraní, první člen zůstane, jak je, u druhého se obrátí polarita.

- **Jednoduchá konjunkce:**

Rozložíme na klauzule, ty uvedeme pod sebe. Např. $p\wedge\neg q$:

p
$\neg q$

Další transformační pravidla snadno dohledáte v literatuře. Hledejte „tautologie VL“ či „logické zákony“.

Transformační pravidla jsou ve výrokové logice užitečná k ledasčemu. Debatéra bude zajímat, že:

1) Tato pravidla využijete jako východisko k úpravě formulí do klauzulární formy, totiž tvaru, ve kterém můžete použít rezoluční pravidlo a z množiny předpokladů následně určit vyplývající výrok.

2) Vyplývající výrok můžete převést na jiný, což se může hodit ze stylistických důvodů. Tak například výrok vyplývající z předpokladů příkladu o křižovatce, zněl: „*Křižovatka má vysokou kapacitu anebo je drahá*“ a byl vyjádřen formulí $k \vee d$. Tu lze podle transformačních pravidel převést třeba na implikaci či konjunkci:

$$p \vee q \quad \leftrightarrow \quad \neg p \rightarrow q \quad \leftrightarrow \quad \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

V našem konkrétním příkladu tedy:

$$k \vee d \quad \leftrightarrow \quad \neg k \rightarrow d \quad \leftrightarrow \quad \neg(\neg k \wedge \neg d)$$

Protože dále platí, že disjunkce je komutativní:

$$p \vee q \quad \leftrightarrow \quad q \vee p$$

potom výše uvedené formule jsou ekvivalentní i těmto:

$$q \vee p \quad \leftrightarrow \quad \neg q \rightarrow p \quad \leftrightarrow \quad \neg(\neg q \wedge \neg p)$$

Vyplývající výrok, který zněl:

Křižovatka má vysokou kapacitu anebo je drahá,

tak můžete mj. vyjádřit větami:

Jestliže křižovatka nemá vysokou kapacitu, potom je drahá.

Není pravda, že křižovatka nemá vysokou kapacitu a není drahá.

Jestliže křižovatka není drahá, potom má vysokou kapacitu.

Není pravda, že křižovatka není drahá a nemá vysokou kapacitu.

Přednost té či oné formulaci můžete dát ze stylistických důvodů, logicky jsou ekvivalentní, což znamená, že obsahově jsou totožné. Výsledek můžete zkontrolovat tabulkou pravdivostních hodnot. (Chcete ověřit, zda implikace $(k \rightarrow d) \wedge (d \rightarrow b) \rightarrow (b \vee \neg k)$ je tautologií. Zjistíte, že je.) Výsledná rezolventa z množiny formulí doopravdy vyplývá. Převedeme ji zpět do přirozeného jazyka. Platným závěrem úsudku je, že:

Křižovatka je bezpečná anebo nemá vysokou kapacitu.

Podle několika uvedených transformačních pravidel můžete říci například i to, že:

Jestliže křižovatka není bezpečná, potom nemá vysokou kapacitu $\neg b \rightarrow \neg k$ či

Není pravda, že křižovatka není bezpečná a má vysokou kapacitu $\neg(\neg b \wedge k)$.

Díky komutativitě disjunkce a konjunkce bude těchto nejjednodušších transformací více.

VL_7, VL_8

Procvičte si transformaci formulí do klauzulární formy ve cvičení VL_7. Procvičte si určení vyplývajících výroků ve cvičení VL_8.

Pravdivost a platnost závěru

Platnost úsudku není totéž, co pravdivost jeho závěru. Logická pravda je jiné označení pro tautologii. Logické pravdy se liší od obyčejných, empirických pravd v tom, že jsou nezávislé na stavu světa, jsou pravdivé samy o sobě, nepodmíněně, kvůli logice samotné. Takovou logickou pravdou je třeba $p \vee \neg p$. Spojení „logická pravda, logická pravdivost“ je tak vyhrazeno jen pro výroky formalizované do podoby vždy pravdivých formulí a výroků zcela nezávislých na skutečném stavu světa.

Všimněte si, že v definici vyplývání se hovoří o *podmíněné pravdivosti*: pokud jsou nějaké věty pravdivé, tak je pravdivá jiná věta, závěr. Například:

Jestliže jste matka, potom máte dítě.

Jste matka.

A proto máte dítě.

Tento úsudek je *platný*, vyplývá z premis, a to zcela bez ohledu na momentální stav světa. To je to, co logika řeší. Takový platný úsudek však *může* mít momentálně nepravdivý závěr. Pokud je v tuto chvíli stav světa jiný, než jak jej popisují premisy, nejste matka, potom je závěr nepravdivý. Je však platný. *Pravdivost premis je záležitost mimologická.* Pravdivý závěr tedy nabízí takový úsudek, který je platný, a současně jsou jeho premisy aktuálně pravdivé. Platný úsudek *s aktuálně* pravdivým závěrem se někdy nazývá *dokonalý* či *korektní*. Můžete tedy v debatě tvrdit, že závěr vašeho argumentu je pravdivý, znamená to ale ukázat, že k němu vedl platný úsudek a současně premisy tohoto úsudku jsou aktuálně pravdivé. Mnoho týmů v debatě napadá pravdivost premis argumentů svých oponentů. Nyní je zřejmé proč: pokud ukážete, že premisy jsou nepravdivé, závěr nemůže být pravdivý, i když se jedná o platný úsudek. Dokázat neplatnost úsudku je ve srovnání s odmítnutím nepravdivosti jeho závěru o dost náročnější. Není divu, že debatéři volí snazší cestu.

Naopak nesprávný úsudek vrací závěr, který je neplatný, nevyplývá z předpokladů. Takový závěr ale může být aktuálně pravdivý, to je však dáno pouhou náhodou. Pokud budete argumentovat logicky, snažte se argumenty, kterými podporujete své snažení v debatě, formulovat do podoby logicky platných úsudků. Pokud u oponentů narazíte na logicky neplatný úsudek, jeho závěr odmítněte.

Limitace výrokové logiky

Vypadá to, že výrokově-logické vyplývání a z něj pramenící poznání podmínek platnosti a pravdivosti tvrzení je pro debatéra úžasným nástrojem. Pokud jste porozuměli několika předchozím stranám, případně rozumíte výrokové logice ze školy či jiných zdrojů, budou vaše argumenty i problematizace hodně přesvědčivé. Může tomu tak být. Bohužel, výroková logika má jistá omezení, které využití jejího potenciálu v debatě snižují.

První slabinou je proces přenesení reality světa do světa logiky, překlad přirozeného jazyka do umělého jazyka logiky. Druhým, pro debatéra zásadním problémem, je hrubost její analýzy. Kdyby to nestačilo, je zde ještě problém zobecnění.

Některé problémy formalizace

Pro ilustraci alespoň namátkou představíme některé problémy formalizace – překladu vět o skutečnostech světa do jazyka VL.

Negace složeného výroku. Negovat složené výroky není vždy úplně samozřejmé. A někdy dokonce přináší dilemata. Uvažte tuto větu: „*Franta nekoupil hrušky a rohlíky*“. Tu nejspíše chápeme tak, že jde o výrok: „*Franta nekoupil hrušky a Franta nekoupil rohlíky*“, případně „*Franta nekoupil ani hrušky, ani rohlíky*“. Jde tedy o konjunkci dvou negací. Jeho logické formě odpovídá formule $(\neg p \wedge \neg q)$. Větě byste ale mohli rozumět i tak, že: „*Není pravda, že Franta koupil hrušky a rohlíky*“, tedy jako negaci konjunkce dvou výroků s formulí $(\neg(p \wedge q))$. Ověříte-li průběh pravdivostních hodnot pro obě formule, zjistíte, že nejsou totožné. Není to tak, že by v překladu byla chyba. Naopak, problém je v tom, že obě možnosti jsou správné. To proto, že překlad je nejednoznačný.

Vylučovací a nevylučovací disjunkce. Řekneme-li: „*Buď platí afirmace teze, anebo její negace*“, asi větě rozumíme tak, že není možné, aby platilo obojí současně. Jak ale rozumíte větě „*Franta koupil hrušky nebo rohlíky*“? Možností je hned několik: Franta koupil hrušky a také koupil rohlíky. Franta koupil hrušky, ale nekoupil rohlíky. Franta nekoupil hrušky, ale koupil rohlíky. Zjevně jde o zásadně jiné interpretace, všechny jsou ale správně. V psaném jazyce problém dokážeme vyřešit čárkou před spojkou nebo, kterou značíme vylučovací poměr, případně spojkami. Například *„buď, … anebo jen …“* pro vylučovací smysl a třeba *„buď … nebo … nebo obojí“* pro nevylučovací smysl. Nemusíme dodávat, že v logice mají vylučovací a nevylučovací disjunkce jiný průběh pravdivostních hodnot a proto je nejednoznačnost výkladu problém.

Časové a příčinné vztahy. Výroková logika časové a příčinné vztahy neřeší. To ale přináší zřejmě nesprávná řešení. Mohou se projevit například v následujících situacích:

Komutativita konjunkce. Konjunkce je komutativní. Srovnejte ale následující výrok: *„Požil alkoholický nápoj a bourал“*. Opravdu je jedno, v jakém pořadí uvedeme konjunkcí spojené jednoduché výroky? Zjevně není. Jestliže zde na základě komutativity konjunkce na pořadí výroků nezáleží, potom VL zřejmě něco důležitého uniká.

Co vyhodnotit dříve? Vyhodnocení složitějších formulí se řídí pravidly. Vyhodnocení některých podformulí má přednost před jinými. Ostatně, znáte to z matematické logiky: 2 + 3 * 4 = kolik? Protože známe pravidlo, že násobení má přednost před sčítáním, je výsledek 14. Pokud chceme mít jistotu anebo změnit pořadí vyhodnocení jednotlivých operací, vepíšeme operaci, které chceme dát při vyhodnocení přednost do závorek: (2 + 3) * 4 = 20. Vezměme si teď pro příklad větu: *Prší a je mlha nebo mrzne.* Jde o konjunkci mezi p a q a disjunkci mezi q a r. Z hlediska logiky však není rozhodnutelné, jakým způsobem mají závorky vyznačit strukturu formule, tedy zda je logickou strukturou této věty $(p\wedge(q\vee r))$ anebo $((p\wedge q)\vee r)$, které jsou ovšem významově jiné. Gramatika nám nijak nenaznačuje, kde by závorky měly být. Z hlediska logiky není významné, že jev mlžení se zpravidla vyskytuje současně s jevem pršení, lze si představit, že za jiných atmosférických podmínek je tomu jinak. Naši zkušenost, že první dva jevy spolu souvisí, nesmíme při logické analýze uplatnit.

Příčinnost. Počet pravdivostních funkcí VL je úplný. Odpovídají jim jisté jazykové spojky. Ne vždy je ale jasné, co vlastně jazyková spojka znamená, jak ji přeložit do jazyka VL, která pravdivostní funkce jí odpovídá. Ostatně, viděli jsme to na příkladu jazykové spojky „nebo“, která se mohla převést buď jako vylučovací anebo nevylučovací disjunkce. Podívejme se na výrok: *Je mokro, protože pršelo*. Ten není ve výrokové logice analyzovatelný jinak než jako jednoduchý výrok, tedy p. Nikoli jako $(q\rightarrow p)$ či snad $(p\rightarrow q)$. Klasická logika nijak nezohledňuje momentálně platné příčinné spojení mezi těmito dvěma jevy. Spojce *protože*, v tom smyslu, jak jí v dané větě rozumíme, totiž jako vyjádření příčinného vztahu, žádná z pravdivostních funkcí neodpovídá.

Problémů formalizace je více, ty výše uvedené snad pro ukázku stačily. S jistým úsilím se s nimi debatér vypořádá. Bohužel je zde další problém, takový, se kterým se v rámci VL vypořádat nelze.

Hrubost analýzy

Hrubostí analýzy máme na mysli skutečnost, že VL nedokáže dostatečně charakterizovat logickou formu úsudků. Viděli jste to výše, kdy výroková logika nezachytila příčinný vztah mezi mokrem a pršením. Vraťme se k příkladu nebezpečného Šer Chána z učebnice.

Tygři jsou nebezpeční.

Šer Chán je tygr.

Šer Chán je nebezpečný.

Jde o intuitivně platný úsudek. Logickou formou je ale podle výrokové logiky:

p

q

---

r

Pro tuto úsudkovou formu existuje valuace, konkrétně $v(p) = v(q) = 1$, $v(r) = 0$, při níž jsou všechny premisy pravdivé, ale závěr pravdivý není. Pravdivost premis se tedy na závěr nepřenesla. Z hlediska výrokové logiky se jedná o neplatnou úsudkovou formu a úsudek je tak vyhodnocen jako neplatný! To ale zřejmě odporuje jeho významu v přirozeném jazyce a především zdravému rozumu. Chyba je na straně výrokové logiky, nedokázala správně zachytit logickou strukturu tohoto úsudku.

Bohužel, *přesně takových* úsudků, totiž takových, kdy jeden z předpokladů je zobecněním, je v debatě celá řada, vlastně většina. To proto, že z jednotlivého pozorování nic moc obecného nedovodíme. Řešením je jemnější logický systém, představíme jej v následujícím oddíle. Problém zobecnění ve větě *Tygři jsou nebezpeční* prozatím vynecháme, vrátíme se k němu později.

4. Na hraně predikátové logiky

Vhodným způsobem, jak ověřit platnost uvedených úsudků, je jemnější logický systém. Většina učebnic úvodu do logiky na tomto místě tradičně nabízí predikátovou logiku prvního řádu (PL1). Ta má nepopiratelné výhody – platnost úsudku o nebezpečném Šer Chánovi dokáže rozhodnout. Má ale i nevýhody. Je složitější a její vysvětlení mnohdy zabere celou učebnici. Takové učebnice jsou napsány, nic vám nebrání si věc nastudovat, zde na to prostor nemáme. Hlavně však ani tento logický systém neřeší vše, nakonec bychom se zase dostali ke stejnému problému: některé typy úsudků PL1 vyřešit nedokáže. Takže by bylo třeba dalšího systému a potom nejspíš ještě několika dalších, neklasických.

Predikátová logika by tak pro debatéra mohla být hodně užitečná. Její vysvětlení ale zabere dost místa a času a bohužel nenabízí konečné řešení všech typů úsudků. Jak problém vyřešit?

Věc vyřešíme tak, že vám představíme techniku, ve skutečnosti budou dvě, s jejichž pomocí dokážeme ověřit platnost *některých* úsudků. A naštěstí mezi nimi budou právě ty, které nás zajímají nejvíce. Na obou technikách je přitom báječné to, že se studiem predikátové logiky vlastně nemusíme vůbec namáhat. Jen se o ni zlehka otřeme.

Obor zájmu predikátové logiky a některé výrazy jejího slovníku

Na rozdíl od výrokové se predikátová logika zabývá i strukturou jednoduchých vět. Z hlediska VL jsou výroky úsudku o *„nebezpečném Šer Chánovi"* elementární a vzájemně nezávislé. PL v nich ale rozpoznává vnitřní stavbu, části úsudku a vztahy mezi těmito částmi.

V jednoduchých oznamovacích větách odkrývá predikátová logika tzv. S-P strukturu. Ta je sestavena z logického *subjektu* (S) a logického *predikátu* (P).

Logickým subjektem je typicky větný podmět, individuum, kterému se něco přisuzuje, o čem se něco vypovídá. Např. ve větě *„Šer Chán je nebezpečný"* vyjadřuje subjekt výraz *„Šer Chán"*.

Logickým predikátem je potom to, čeho může být množina individuí. Např. *„nebezpečný"* (např. {já, vy, tygr, … }), *„žena"* (např. {Marie, Jana, Gabriela, …}). Ve větě *„Šer Chán je tygr"* je predikátem *„je tygrem"*. Jednoduchým predikátem může být i sloveso, které nevyžaduje doplnění předmětem, například *„myslí"* ve větě *„Aristotelés myslí"*.

Predikát označuje *vlastnost* anebo *vztah*. Vztahy řešit nebudeme, budeme se zabývat *vlastnostmi*. Vlastnostmi jaderných elektráren je třeba to, že jsou nebo nejsou složité nebo drahé nebo přívětivé k životnímu prostředí.

Tyto vlastnosti budeme označovat velkým prvním písmenem slova, které vlastnost popisuje. Být tygrem tak bude *T*. Být nebezpečný potom *N*. Aristotelovo myšlení bude *M*.

Vlastnosti přisuzujeme *individuovým proměnným* a *individuovým konstantám*.

Individuové konstanty plní funkci vlastních jmen konkrétních, jedinečných předmětů, značí se malým prvním písmenem jména. Takto *š* zastupuje jednoho jistého *Šer Chána*.

Individuové proměnné *x* jsou naopak nejobecnějším označením předmětu, individua – nějakého, beztvarého, proměnného. Teprve predikát učiní z *x* něco konkrétního. Pokud *x* má vlastnost *„být tygrem"*, stane se z něj tygr. Takto například *„pes"* je *x*, které má vlastnost být psem, *„elektrárna"* je *x*, které má vlastnost být elektrárnou. Důležité to pro naše vysvětlení není, ale pro stručnost budeme občas tento vztah zapisovat formalizací. To, že *x* má vlastnost být psem (*P*), by se v jazyce PL zapsalo $P(x)$. Že Šer Chán *(š)* je tygr (*T*) by se zapsalo $T(š)$.

Jazyk PL má ve svém aparátu pojmy *„každý"* a *„některý"*. Označují *míru přítomnosti* dané vlastnosti, a proto se nazývají **kvantifikátory**. Znak *obecného (univerzálního) kvantifikátoru* ∀ nese význam *každý, všichni, vše*, v negaci potom i *nikdo, žádný, ani jeden* atp. Znak *existenčního kvantifikátoru* ∃ znamená *některý, někteří, někdo, existuje alespoň jeden*.

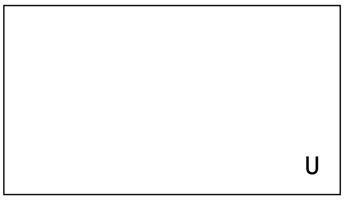
A konečně: v PL se k vlastnostem individuí přistupuje jako k množinám. Vlastnost individua „*být tygrem*“ jej řadí do množiny tygrů, tj. podmnožinu všech individuí.

Operace s množinami se běžně znázorňují graficky. Stejně tak se dají graficky znázornit i některé úsudky PL. *A z grafického záznamu se dá vyhodnotit i vyplývání jejich závěru, tedy platnost úsudku.* A o to nám zde jde. Možností grafického vyjádření úsudků je více, my využijeme jeden ze způsobů použití Vennových diagramů.

Vyhodnocení platnosti úsudků pomocí Vennových diagramů

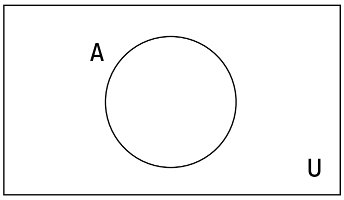
Individuím přisuzujeme nějaké vlastnosti. V grafickém záznamu je nejdříve třeba ustavit, kde tato individua jsou. Stanovíme si proto neprázdnou množinu U. U značí *universum* čili *obor úvahy*. Tato množina je oborem proměnnosti a jejími prvky jsou proměnné – individua. Znázorněme si ji jako obdélník, všechny uvažované proměnné jsou uvnitř tohoto obdélníku.

Obr. 1



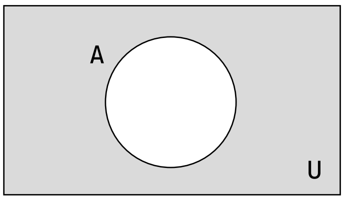
Další skupiny, podmnožiny U, budeme označovat kruhy. Chceme-li označit vlastnost *A*, vytvoříme uvnitř obdélníku U kruh A.

Obr. 2



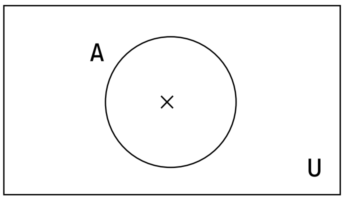
Když chceme zaznačit, že se v nějaké oblasti žádné *x* nenachází, tuto oblast zabarvíme. Záznam je to docela neobvyklý. Zabarvujeme totiž, ještě jednou, tu oblast, kde se *x nenachází*. Ze školy jsme zvyklí dělat to přesně opačně, totiž vybarvovat ty části „obrázků“, které nějakou vlastnost *mají.* („Vybarvi tolik jablíček, kolik je hrušek.“) Pokud chceme zaznačit, že se *x* nachází právě v kruhu A a nikde jinde, vybarvíme v rámci univerza U vše, kromě kruhu A. To potom značí, že *x* není nikde jinde než právě v kruhu A, jinými slovy, všechna *x* jsou v *A*, *x* má vlastnost *A*. *A(x).*

Obr. 3



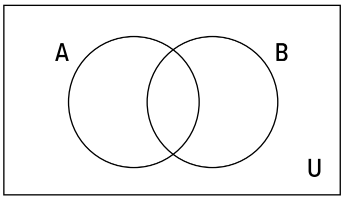
Jistě se může stát, že vlastnost *A* mají pouze některá *x* anebo alespoň jedno. To se značí tak, že do plochy A zaznačíme křížek ×. Ten pak značí, že nějaká *x*, alespoň jedno, jsou v dané ploše, mají danou vlastnost.

Obr. 4



Chceme-li graficky zaznamenat dva predikáty *A* a *B*, vytvoříme dva kruhy. Protože některé proměnné mohou mít obě vlastnosti, na tuto možnost se připravíme a kruhy nakreslíme tak, že se protínají.

Obr. 5



Pro další výklad opustíme obdélník, znázorňující univerzální množinu. Můžete si jej stále domýšlet, ale potřebovat jej už nebudeme. Pro lepší představivost a snazší výklad naopak zavedeme nové pojmy: názvy tvarů, které protnutím dvou kružnic (průnikem množin) vznikají: *půlměsíc*, vidíte jej vybarvený na obr. 6, a *rybičku,* ta je na obr. 8.

Charakteristiky úsudků

Úsudky, které budeme uvažovat, stejně jako výroky, které tyto úsudky tvoří, nesou jakési informace. Mimo jiné u nich byly rozpoznány dvě dvojice charakteristik:

- *kvantita* soudu (výrok = soud je obecný anebo částečný)
- *kvalita* soudu (výrok = soud je kladný anebo záporný)

Na základě charakteristik *kvality* a *kvantity* lze učit výrok:

- *Obecný* – pokud se v něm něco tvrdí o individuích obecně.
- *Částečný* – pokud se v něm něco tvrdí jen o některých individuích.
- *Kladný* – pokud se v něm nevyskytuje zápor (resp. negace).
- *Záporný* – pokud se v něm vyskytuje zápor (resp. negace).
  (Slovo „soud“ ve smyslu „výrok“ se zde používá z historických důvodů.)

Kombinacemi charakteristik kvality a kvantity soudů vzniknou čtyři možné kombinace: *obecný kladný soud, částečný kladný soud, obecný záporný soud* a *částečný záporný soud.*

Obecný kladný soud

- Všechna *x*, která mají vlastnost *A*, mají i vlastnost *B*.
- Co je v *A*, je i v *B*.
- Je-li *x* v (množině) *A*, tak je i v (množině) *B*.
- Všichni členové první skupiny jsou členy druhé skupiny.

Příklad: *Všechny solární elektrárny jsou šetrné k životnímu prostředí.*

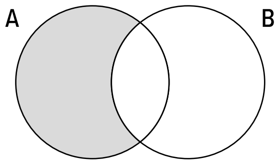
Všimněte si, že v přirozeném jazyce obecnost výroku „všichni“ často vynecháváme. Běžně říkáme, že „Solární elektrárny jsou šetrné k životnímu prostředí“ a tento výrok chápeme tak, že se věc týká všech. Pokud totiž máme na mysli částečný kladný soud, říkáme „Některé…“.

Rozlišíme dvě informace, které tento výrok nese. Dozvídáme se, že všechna *x* mají vlastnost *A*, to za prvé, a potom to, že všechna tato *x* mají i vlastnost *B*.

Vyjdeme z první informace a uvažujeme *x*, která mají vlastnost *A*, jsme tedy v kruhu A. Když nyní chceme označit skutečnost, že všechna tato *x* mají současně i vlastnost *B*, zabarvíme v kruhu A tu část, kde *x nejsou*. Tuto plochu si označme půlměsíc A. Zbude nám tak průnik kruhů A a B (rybička AB), kde naopak všechna *x*, která mají vlastnost *A* a současně i vlastnost *B*, *jsou*.

Již nyní stojí za povšimnutí zajímavý úkaz, na který narazíme později: v diagramu jsou teď dvě bílé plochy, které ale nesou různé informace. O rybičce AB víme, že *v ní jsou všechna x* s vlastností *A*, která mají současně vlastnost *B*. O půlměsíci B ale nevíme nic. To proto, že premisa o *x* s vlastností *B* nehovoří.

Obr. 6



Částečný kladný soud

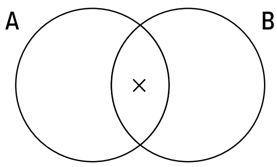
- Některá *x*, která mají vlastnost *A*, mají i vlastnost *B*.
- Něco je v průniku *A* s *B*.
- Alespoň jedno *x* je v (množině) *A* i v (množině) *B*.
- Pouze někteří členové první skupiny jsou členy druhé skupiny.

Příklad: *Některé solární elektrárny jsou šetrné k životnímu prostředí. / Alespoň jedna solární elektrárna je šetrná k životnímu prostředí.*

Graficky výrok zaznačíme tak, že do průniku kruhů A a B (rybičky AB) umístíme křížek. Opravdu je to trochu matoucí, ale oproti předchozí situaci se křížek částečného soudu skutečně zakreslí tam, kde výrok říká, že *něco* je.

A opět zajímavý jev – co je v půlměsíci A? Mohla by tam být nějaká další *A(x)*, ale nemusí, takže *může* být i *prázdný*. O ploše půlměsíce B nevíme vůbec nic.

Obr. 7



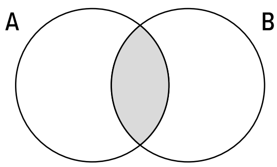
Obecný záporný soud

- Žádné *x*, které má vlastnost *A*, nemá vlastnost *B*.
- Nic není v průniku *A* s *B*.
- Je-li *x* v (množině) *A*, tak není v (množině) *B*.
- Žádný z členů první skupiny není členem druhé.

Příklad: *Žádná solární elektrárna není šetrná k životnímu prostředí.*

Vybarvíme průnik kruhů A a B, tj. plochu, kde není žádné *A(x)*, které by mělo vlastnost *B*. (Rybička AB.)

Obr. 8



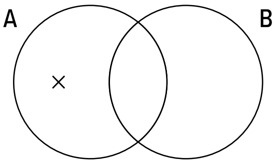
Částečný záporný soud

- Některá *x*, která mají vlastnost *A*, nemají vlastnost *B*.
- Prvek *A* není v *B*.
- Alespoň jedno *x* je v (množině) *A*, ale není v (množině) *B*.
- Někteří členové první skupiny nejsou členy druhé skupiny.

Příklad: *Některé solární elektrárny nejsou šetrné k životnímu prostředí.*

Křížkem označíme oblast, kde je alespoň jedno *A(x)*, které nemá vlastnost *B*.

Obr. 9

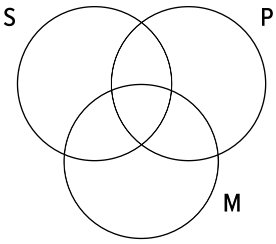


Tři predikáty

Metodou Vennových diagramů lze zachytit situaci až čtyř predikátů. Tento diagram již ale moc přehledný není. To nevadí, mnoho úsudků v debatě je totiž postaveno na vztazích tří predikátů, srovnejte úsudek o nebezpečném Šer Chánovi. A situace tří predikátů je dostatečně přehledná.

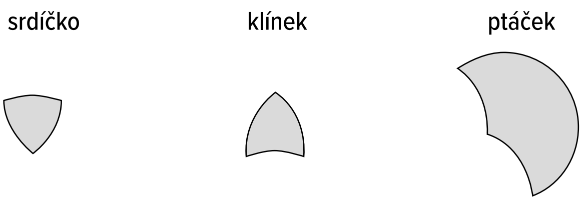
Pro tři predikáty musíme uvažovat tři kruhy. Jejich protínáním (průniky množin) vzniká sedm podmnožin. Nesmíme ovšem zapomínat na osmou, tj. plochu U.

Obr. 10



Tyto graficky vyjádřené podmnožiny lze pro lepší orientaci pojmenovat. Již znáte „půlměsíc“ a „rybičku“. Situace tří kruhů rybičky rozdělí a můžete v nich pak vidět „srdíčko“, tvoří je nejmenší plocha ve středu diagramu, a „klínek“, to je druhá, větší část rybičky. Když z kruhu vydělíte obě rybičky, kterými se protíná s oběma dalšími kruhy, zůstane „ptáček“.

Obr. 11



Kategorický sylogismus

Za povšimnutí stojí, že jsme opustili názvy množin *A* a *B* a tři kruhy, znázorňující množiny, nyní nazýváme S, P a M. Označují významné části úsudku. Aniž bychom příliš zabíhali do teorie, je vhodné věc alespoň trochu přiblížit.

Příklad úsudku o nebezpečném Šer Chánovi, který VL vyhodnotila nesprávně a přiměla nás tak ke studiu grafického vyhodnocení úsudků PL1, je příkladem tzv. *kategorického sylogismu*.

Tento typ úsudku má právě dvě premisy a závěr. Každý z těchto tří výroků se skládá ze subjektu a predikátu, sylogismus tak má šest částí. Pro přehlednost vynechme kvantitu a kvalitu výroků a vztahy mezi nimi. Když takto výroky „očistíme", ukáže se, že oněch šest částí je vlastně kombinace tří informací. Pro ilustraci je označíme jako informace 1 (I_1), informace 2 (I_2) a informace 3 (I_3):

Tygři jsou nebezpeční.	*x* má vlastnost být tygrem (I_1), *x* má vlastnost být nebezpečným (I_2)
Šer Chán je tygr.	*x* má vlastnost být Šer Chánem (I_3), *x* má vlastnost být tygrem (I_1)
Šer Chán je nebezpečný.	*x* má vlastnost být Šer Chánem (I_3), *x* má vlastnost být nebezpečným (I_2)

Zkráceně potom:

I_1, I_2

I_3, I_1

I_3, I_2

Tyto informace, části úsudku, se nazývají *termíny sylogismu*. Každý z termínů se v úsudku objevuje dvakrát. Ten, který se objevuje *dvakrát v premisách*, ale *ne v závěru*, zde I_1, se nazývá *střední* nebo také *mediální člen (M)*. Zbývající dva termíny tvoří závěr a také se vždy jednou objeví v premisách. Nazývají se *vyšší termín (predikát, P)* a *nižší termín (subjekt, S)*.

Pro rozmístění termínů kategorického sylogismu platí závazná pravidla:

- Vyšší termín P stojí v závěru na místě predikátu a vyskytuje se v první (vyšší, větší) premise.
- Nižší termín S stojí v závěru na místě subjektu a vyskytuje se ve druhé (nižší, menší) premise.
- Střední člen M se vyskytuje v obou premisách, avšak nikoliv v závěru.

V první, vyšší premise se tedy spojuje vyšší termín a střední člen PM. Pořadí termínů přitom může být i obrácené: MP. Ve druhé, nižší premise se spojuje nižší termín a střední člen SM anebo MS. Úsudek o nebezpečném Šer Chánovi je sestaven právě podle těchto pravidel, a to takto:

MP

SM

SP

Protože pořadí termínů v závěru je dáno, zatímco v premisách ne, můžeme vzájemnou kombinací termínů správně sestavit čtyři *figury sylogismu*. V grafickém záznamu nechceme přemýšlet o tom, jakou že to figuru řešíme. Co naopak chceme, je snadno a rychle vyhodnotit platnost závěru. A tomu pomůže, když budeme mít před sebou pěkně vymodelovaný závěr SP. A toho dosáhneme tak, že levý horní kruh vyhradíme pro nižší termín, pravý horní kruh pro vyšší termín a do spodního kruhu budeme značit informaci středního členu. Až se dostaneme k vyhodnocení úsudků, takto ustálený záznam nám jejich vyhodnocení zpřehlední a ulehčí. Proto tedy změna značení množin a jejich rozmístění právě tak, jak je vidíte od 10. obrázku dále.

Existuje ještě jeden důvod pro toto značení: v této části textu, stejně jako v doprovodných cvičeních, vycházíme z textu a hojně citujeme, spíš opisujeme od profesora Raclavského. Jeho učebnice jsme vám doporučili k dalšímu studiu. Přechod usnadní, když se i zde budeme držet záznamu původního autora. A ten je takový, jak jej uvádíme.

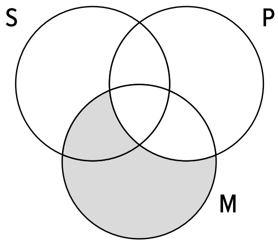
KS_1

Ve cvičení KS_1 si procvičte porozumění stavbě kategorického sylogismu a převádění argumentu přirozeného jazyka do standardní formy sylogismu.

Záznam v prostředí tří predikátů

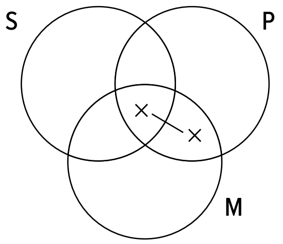
Grafický záznam *obecných* soudů je v situaci tří predikátů úplně stejný jako u dvou. Třetí kruh, o kterém se v premise nehovoří, prostě ignorujte a vybarvíte buď *půlměsíc* (všechna *x*, která mají jednu vlastnost, mají i druhou vlastnost, viz obr. 6) anebo *rybičku* (žádné *x*, které má jednu vlastnost, nemá tu druhou, viz obr. 8), a to *vždy celé*. Všechna M jsou P:

Obr. 12



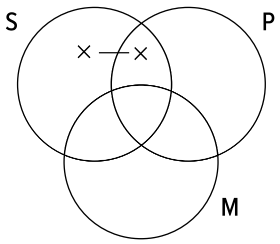
Situace částečných soudů je složitější. Každý z kruhů je rozdělen do několika oblastí. Výrok „Některá *M(x)* mají i vlastnost *P*" znamená zakreslit křížek do rybičky – průniku MP. Jenže rybička je nyní rozdělena na dvě části: srdíčko a klínek. „Některá *M(x)* jsou i *P*" přitom znamená, že individuum může být buď v srdíčku anebo v klínku anebo v obou. Graficky to znázorníme tak, že nakreslíme křížek do *každé* oblasti, kde podle premisy individuum být *může*, a křížky spojíme čarou. Jiný běžný způsob je křížky nekreslit a jen čarou spojit oblasti, kde se *x* může nacházet.

Obr. 13



Obdobně částečný záporný soud „Některá *S(x)* nemají vlastnost *M*" graficky zaznačíme tak, že křížky zaneseme tam, kde mohou být nějaká *S(x)*, která nejsou *M*. Tj. do oblasti *ptáčka* S a *klínku* SP.

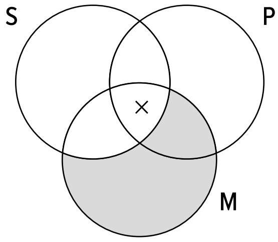
Obr. 14



Pravidla pro znázorňování

- Podle počtu predikátů v úsudku si připravte dva či tři vzájemně se protínající kruhy. Zakreslete je podle vzorů obr. 5 a 10.
- Výroky zakreslujte podle vysvětlení a vzoru obr. 6–9 a 12–14.
- Zakreslují se pouze premisy, ne závěr.
- Je vhodné nejdříve zakreslit obecné soudy, bez ohledu na pořadí premis. Má to svůj význam. Běžně totiž nastávají situace, kdy se v úsudku objevuje jak obecný, tak částečný soud. Může se pak stát, že chcete zakreslit křížek (= „zde se individuum může nacházet") na místo, kde obecná premisa říká, že „zde se žádné individuum nenachází". Obecná premisa věc rozhodla – na daném místě se individuum nenachází. Když nejdříve zakreslíte obecnou premisu, je to elegantnější. Ušetříte kreslení a poté přemalovávání jednoho křížku. Když v grafickém záznamu budete postupovat podle pořadí premis, tak se také nic nestane, jen prostě dříve zaznačený křížek zabarvíte. Příklad:

Obr. 15



Některá *P(x)* jsou *M*. Umístění *P(x)* jsme zaznačili křížkem do srdíčka a klínku PM.

Všechna *M(x)* jsou *S*. První premisou označený křížek v klínku PM jsme „překryli“ plnou barvou.

Když grafický přepis začnete obecným soudem (zde premisa uváděná jako druhá), vybarvíte celý půlměsíc M, takže i klínek PM. Když poté máte zaznamenat možnosti, kde by podle první premisy mohla být *x*, ta by totiž mohla být v srdíčku anebo klínku PM, ukáže se, že v klínku PM žádné *x* být nemůže. Zbývá tak jen srdíčko, kam také *x* zaznamenáte.

KS_2

Ve cvičení KS_2 si procvičte dovednost zaznamenat úsudky pomocí Vennových diagramů.

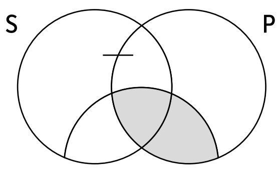
Vyhodnocení úsudku

Nyní konečně přichází pointa. Platný úsudek poznáme tak, že to, co jsme získali grafickým vymodelováním premis, se *zcela shoduje* s tím, co říká závěr vyjádřený slovem anebo formálním zápisem. Řečeno srozumitelněji: Popsaným postupem jsme graficky zaznačili, co říkají premisy. Závěr je v premisách obsažen, takže musí být zanesen i graficky. Celý „trik“ tedy nyní spočívá ve schopnosti „přečíst“ závěr, tedy zpětně převést grafický záznam do přirozeného jazyka. Pokud takto vyčtený závěr odpovídá tvrzenému, potom je úsudek správný a závěr platný.

Tipy pro „čtení“ diagramu

- Při „čtení“ grafického záznamu závěru si nevšímejte středního členu, ten v závěru není, a tak vás nemusí zajímat. Když budete důsledně diagram sestavovat tak, že levý horní kruh představuje nižší termín (subjekt závěru), pravý horní kruh vyšší termín (predikát závěru) a spodní kruh střední člen, potom stačí buď v hlavě, anebo dokonce přímo rukou na papíře zakrýt ptáčka M a zůstane vám jen závěr SP. K vyhodnocení tak zůstane jen vztah dvou kruhů – S a P.
- Spojení křížků čarou jako záznam toho, že individuum může být tam i onde, čtěte tak, že se individuum v dané oblasti nacházet *může, ale nemusí*. Není tam nutně. Na ukázku: vyhodnocením úsudku vyšel tento diagram SP:

Obr. 16



Je závěr „Některá *S* jsou *P*“ platný? Není. Některá *S* být *P mohou*, to ano, ale graficky závěr *neříká*, že skutečně *jsou*.

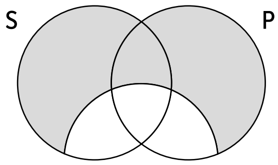
Čtení prázdných ploch může působit problémy. Je třeba si uvědomit následující:

1) Premisy říkají jen to, co říkají. Upozornili jsme vás na to u obrázků 6 a 8. Pokud se z premisy dozvídáme, že všechna *A(x)* mají vlastnost *B*, premisa vypovídá jen o *A(x)*, ne o *B(x)*. Snažit se z premis vyčíst něco více než v nich je, může vést k chybám.
2) V souvislosti s předchozím je třeba si uvědomit, že představená grafická metoda *nemá potenciál určit vyplývající výrok*! Její pomocí dokážeme ověřit platnost závěru, to ano, určit, *co všechno* z premis vyplývá, však takto nelze.

Pokud jste cvičení řešili tak, že jste si graficky zaznačili premisy, poté si rukou či papírem zakryli vymodelovaný závěr a z premis se snažili *určit* možné vyplývající závěry, nutně jste museli narazit na potíže. Problém není v tom, že byste věci nerozuměli, je v tom, že touto metodou to nejde. Správné je tedy zakreslit premisy, *podívat se* na vymodelovaný závěr a *srovnat jej s nabídnutým* závěrem. Nabídnutý závěr potom můžete přijmout (shoduje se) anebo jako neplatný, nevyplývající odmítnout (neshoduje se).

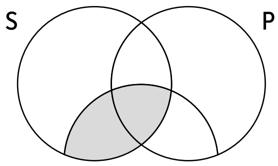
3) Je třeba být pozorný. Odpovídá závěr vymodelovaný na obr. 17 závěru „Některá *S(x)* mají vlastnost *P*“?

Obr. 17



Ne. Poté, co jsme zabarvili půlměsíc *S* musí všechna *S(x)* nutně být v rybičce *SM*. V jejím klínku anebo srdíčku. Tam anebo tam, klidně i v obou současně. Anebo jen v jedné z těchto ploch. Závěr „Některá *S(x)* jsou *P*“ je neplatný, protože v srdíčku *SP* žádné *S(x)* být *nemusí*. Jako platný vyhodnotíme jen takový grafický model závěru, který se s jazykovým *přesně* shoduje. Je pro situaci obr. 18 platný závěr „Žádné *S(x)* není *P*?“

Obr. 18



Opět ne. Grafické vyjádření tomu jazykovému rozhodně neodpovídá. (Podle bodu 2 výše nás nemusí trápit ani zajímat, co vlastně grafické vyjádření říká. Důležité je, že se se slovně vyjádřeným závěrem neshoduje.)

4) V rámci ukázky způsobu, jak vyhodnotit platnost závěrů kategorických sylogismů, jsme celou dobu uvažovali neprázdné množiny. Vždy jsme měli za to, že nějaká *P(x), S(x)* či *M(x)* skutečně existují. Logici to mají složitější, uvažují i situace „jednorožců“ a „skleněných hor“, kategorií, které silou představivosti můžeme uvažovat v logickém úsudku, v reálném světě se však nevyskytují. Platnost mnoha úsudků potom bude záležet na tom, kterou situaci uvažujeme. V debatě se s neprázdnými množinami běžně setkávat nebudete, věc proto neřešíme. Kdybyste tuto znalost opravdu potřebovali, vysvětlení dohledáte v odborné literatuře. Pro naše použití z této informace vyplývá následující: do každé prázdné plochy můžete směle umístit křížek. Nějaká „*x*“ tam jistě budou. Když ovšem vyloučíte místa, kde být *nemohou*. A také ovšem musíte uvážit, že mohou být *tam i onde*.

KS_3

Ve cvičení KS_3 si procvičte dovednost vyhodnocení platnosti graficky vyjádřených úsudků.

Pravidla pro rychlé vyhodnocení sylogismu

Naučili jste se, jak bez znalosti PL vyhodnotit platnost sylogistických úsudků. Při troše cviku je to rychlé a vcelku nenáročné a umožní vám to jak v přípravě, tak v průběhu debaty se ujistit, že závěry vašich úsudků, případně úsudků vašich oponentů v podobě sylogismů jsou platné.

Existuje nicméně ještě jedna, významně rychlejší a jednodušší metoda, jak odhalit *některé* neplatné úsudky. Metoda spočívá v osvojení si následujících 4 pravidel, logických pravd:

- Ze dvou částečných soudů nic neplyne (tj. alespoň jedna premisa musí být obecná).
- Ze dvou záporných soudů nic neplyne (tj. alespoň jedna premisa musí být kladná).
- Je-li jedna premisa záporná, tak je i závěr záporný.
- Je-li jedna premisa částečná, tak je i závěr částečný.

Než se pustíte do přemýšlení či kreslení diagramů, je vhodné zkontrolovat, zda závěr sylogismu tato pravidla neporušuje. Může to ušetřit čas a energii.

KS_4

Ve cvičení KS_4 si procvičte dovednost rychle vyhodnotit neplatné sylogismy.

Velryby a Šer Chán

V učebnici (3. kapitola, znaky rozumného závěru, příklad 14) jsme použili argument o velrybách. Byl v podobě kategorického sylogismu a vypadal takto:

Předpoklad 1: Všechny velryby mají ploutve.
Předpoklad 2: Všechny velryby jsou savci.

Alternativní závěr 1: Všichni savci mají ploutve. (?)
Alternativní závěr 2: Vše co má ploutve, je savcem. (?)
Alternativní závěr 3: Všechny velryby jsou všechny velryby.

Všechny tři možné závěry jsme podle znaků rozumného závěru odmítli jako rétoricky nerozumné. Dokážete je nyní odmítnout jako logicky neplatné? Pokud ano, látku jste zvládli. Když si věc zakreslíte, zjistíte, že žádný z nabízených závěrů z diagramu skutečně vyčíst nelze. Je to proto, že drtivá většina z 256 možných modů kategorického sylogismu je neplatných.

Na závěr přiblížení výrokové logiky jsme na ukázku problému hrubosti analýzy VL nabídli argument o Šer Chánovi. Víme o něm, že je rozumný, protože intuitivně platný. Výrokově-logicky však platný není. Vypadá takto:

Tygři jsou nebezpeční.
Šer Chán je tygr.

Šer Chán je nebezpečný.

Tento úsudek se od ostatních příkladů trochu liší, vyskytuje se v něm jednotlivina – Šer Chán, který má vlastnost být tygrem *T(š)*. Úsudek v literatuře najdete jako notoricky známý argument o Sokratově smrtelnosti: *Všichni lidé jsou smrtelní. Sokrates je člověk. ∴ Sokrates je smrtelný.* Graficky se běžně vyhodnocuje jiným typem diagramu, Eulerovými kruhy. Bez problémů jej ale vyhodnotíme i pomocí Vennova diagramu. Nižší premisu, *Šer Chán je tygr,* zakreslíte tak, že v jejím spojení se středním členem *T(x)* zabarvíte půlměsíc *Š*. Po záznamu vyšší premisy zůstane zabarvený půlměsíc *T*. V průniku *Š* a *N* tak zůstane prázdné srdíčko. A tato prázdná plocha odpovídá jazykovému vyjádření závěru: *Šer Chán je nebezpečný.* Úsudek je platný. (Zakreslený jej vidíte v příkladu 0 ve cvičeních KS_2 a KS_3.)

Kvazilogický argument, intuitivní vyplývání, rozumnost a zobecnění

Jedním z důvodů pro uvedení tohoto kurzu formální logiky pro debatéry bylo i vysvětlení, o co se opírá kvazilogický argument. Věc by nyní měla být jasnější. Když porovnáte podmínky *intuitivního vyplývání,* jak jsme si je stanovili v 5. znaku *rozumného závěru,* a podmínky logického vyplývání, jde o totéž. Za platný prohlásíme takový úsudek, který má platnou úsudkovou formu. Když tedy věty argumentu dosadíme do vzorce platné úsudkové formy, získáme platný závěr. Jediný a zásadní rozdíl je v tom, že platná úsudková forma znamená pracovat s výroky. A výroky jsou věty, které mají takový smysl, že o nich lze říci, že jsou buď pravdivé, nebo nepravdivé. Zkrátka jsou dvouhodnotové.

A takový smysl nemají třeba věty o budoucnosti. Nebo věty dosažené na základě zobecnění, které vyjadřují pravděpodobnost na škále.

Úsudek o Šer Chánovi se opíral o zobecnění, že *všichni tygři jsou nebezpeční*. Stejným zobecněním je i tvrzení, že *všichni lidé jsou smrtelní*. Z výkladu o zobecňujících argumentech víte, že tato tvrzení jsou pouze pravděpodobná. Ovšem velmi pravděpodobná. Tak velmi pravděpodobná, že k nim přistupujeme, jako by byla dvouhodnotová. Pod přísným drobnohledem jejich dvouhodnotovost neobstojí, shovívavějším nazíráním ale obstojí docela dobře. A to nám potom stačí k tomu, abychom se k nim chovali jako k výrokům. Pokud je dosadíme do platného úsudkového schématu, dostaneme závěr, o kterém sice nemůžeme tvrdit, že je platný či dokonce pravdivý, ale – a to je pointa – víme, že byl dosažen rozumným postupem. Prohlásíme jej proto za *rozumný*.

A opačně. Pokud takto budou argumentovat naši oponenti, což dělají, můžeme kontrolovat, zda jejich úsudky odpovídají platným úsudkovým formám. Pokud ne, můžeme prohlásit, že takový závěr je *nerozumný*.

Že jako *nerozumný* odmítneme závěr, který z ne-výroku odvozuje svoji *platnost* či *pravdivost*, je samozřejmé.

5. Cvičení

Cvičení VL_1: Formalizace úsudků

Zadání:

Proveďte logickou analýzu jazykových úsudků. Výsledek analýzy uveďte v podobě logické formy a logické formule.

Řešení:

Řešení nabízíme ihned pod každým úkolem. Pokud chcete pracovat samostatně, řešení si můžete zakrýt.

1) *Náklady spojené s nošením školních uniforem jsou oproti civilnímu oblečení třetinové.*
―――――――――――――――――――――――――――――――
Nošení školních uniforem šetří rodinné výdaje.

Rozpoznáváme dva výroky: „*Náklady jsou (…) třetinové*“ (p) a „*Nošení uniforem šetří…*“ (q). Logickou formu vyjádříme takto:

$$\frac{p}{q}$$

Formulí je $(p \rightarrow q)$.

2) *Mezi dětmi a rodiči dochází ke konfliktům.*
Tam, kde děti nosí uniformy, ke konfliktům nedochází.
―――――――――――――――――――――――――――――――
Zavedení školních uniforem omezí konflikty mezi dětmi a autoritami.

Každá ze tří uvedených vět je samostatným jednoduchým výrokem, označíme je po řadě p, q, r. Tentokrát jsou předpoklady úsudku dva, výroky p a q. Jejich konjunkce je prvním členem výsledné implikace, výrok r je druhým členem této implikace. Logická forma má podobu:

$$\frac{\begin{array}{l} p \\ q \end{array}}{r}$$

Logickou formulí je potom $(p \wedge q) \rightarrow r$.

3) *Jestliže má hemofilik dceru, dcera ponese gen pro hemofilii.*
Hemofilik má dceru.
―――――――――――――――――――――――――――――――
Dcera nese gen pro hemofilii.

Jednoduché výroky jsou „*Hemofilik má dceru*“ (p) a „*Dcera nese gen pro hemofilii*“ (q).

$$\frac{\begin{array}{l}p\rightarrow q\\ p\end{array}}{q}$$

Tento úsudek lze vyjádřit logickou formulí $((p\rightarrow q)\wedge p)\rightarrow q$.

4) *Firmy buď profitují anebo přesouvají výrobu jinam.*
Jestliže firmy musí zavádět byrokraticky nařízené nejlepší možné technologie, potom neprofitují.
Firmy přesouvají výrobu jinam.

Rozeznáme jednoduché výroky: „*Firmy profitují*“ (p), „*Firmy přesouvají výrobu jinam*“ (q), „*Firmy musí zavádět…*“ (r). Logickou formou je:

$$\frac{\begin{array}{l}p\vee q\\ r\rightarrow\neg p\end{array}}{q}$$

To je vyjádřeno formulí $((p\vee q)\wedge(r\rightarrow\neg p))\rightarrow q$.

5) *V Evropské unii je mnoho volných pracovních míst, o které z různých důvodů Evropané nemají zájem.*
Pokud jsou k dispozici imigranti, tato pracovní místa zaujmou.
Práce je zdrojem prosperity.
Imigranti přináší prosperitu.

Úsudek se skládá z šesti výroků: „*V EU je mnoho pracovních míst*“ (p), „*Evropané mají zájem o (jistá) pracovní místa*“ (q), „*Imigranti jsou k dispozici*“ (r), „*Imigranti zaujmou pracovní místa*“ (s), „*Práce je zdrojem prosperity*“ (t) a konečně „*Imigranti přinášejí prosperitu*“ (u). Logickou formou úsudku je:

$$\frac{\begin{array}{l}p\wedge\neg q\\ r\rightarrow s\\ t\end{array}}{u}$$

Logickou formulí je $((p\wedge\neg q)\wedge(r\rightarrow s)\wedge t)\rightarrow u$.

Cvičení VL_2. Vyhodnocení průběhu pravdivostních hodnot formulí pomocí tabulkové metody

Zadání:

Pomocí tabulkové metody vyhodnoťte průběh pravdivostních hodnot daných formulí. Určete, zda je formule splnitelná, případně jestli se jedná o tautologii či kontradikci.

Pro cvičení využijeme formule cvičení VL_1.

Řešení:

Řešení nabízíme ihned pod každým úkolem. Pokud chcete pracovat samostatně, řešení si můžete zakrýt.

1) $(p \to q)$

$p\ q$	$(p \to q)$
1 1	**1**
1 0	**0**
0 1	**1**
0 0	**1**

Formule je splnitelná, jejím modelem jsou první, třetí a čtvrtý řádek, kdy na argumentech <1, 1>, <0, 1> a <0, 0> vrací hodnotu 1.

2) $(p \wedge q) \to r$

$p\ q\ r$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge q) \to r$
1 1 1	1	**1**
1 1 0	1	**0**
1 0 1	0	**1**
1 0 0	0	**1**
0 1 1	0	**1**
0 1 0	0	**1**
0 0 1	0	**1**
0 0 0	0	**1**

Formule nabývá pravdivostní hodnotu 0 tehdy, když ohodnocením proměnných p, q je pravdivostní hodnota 1 a současně ohodnocením proměnné r je 0. Při ostatních valuacích je pravdivá. Formule je splnitelná.

3) $((p\rightarrow q)\wedge p)\rightarrow q$

$p\ q$	$(p\rightarrow q)$	$((p\rightarrow q)\wedge p)$	$((p\rightarrow q)\wedge p)\rightarrow q$
1 1	1	1	**1**
1 0	0	0	**1**
0 1	1	0	**1**
0 0	1	0	**1**

Formule je tautologií (= logicky platnou formulí).

4) $((p\vee q)\wedge(r\rightarrow\neg p))\rightarrow q$

$p\ q\ r$	$(p\vee q)$	$\neg p$	$(r\rightarrow\neg p)$	$(p\vee q)\wedge(r\rightarrow\neg p)$	q	$((p\vee q)\wedge(r\rightarrow\neg q))\rightarrow q$
1 1 1	1	0	0	0	1	**1**
1 1 0	1	0	1	1	1	**1**
1 0 1	1	0	0	0	0	**1**
1 0 0	1	0	1	1	0	**0**
0 1 1	1	1	1	1	1	**1**
0 1 0	1	1	1	1	1	**1**
0 0 1	0	1	1	0	0	**1**
0 0 0	0	1	1	0	0	**1**

Formule je splnitelná. S výjimkou čtvrtého řádku vrací hodnotu 1. (Předposlední sloupec s hodnotou q jsme si přidali pro snadnější orientaci.)

5) $((p\wedge\neg q)\wedge(r\rightarrow s)\wedge t)\rightarrow u$

Šest proměnných znamená připravit si a bez chyby vyhodnotit tabulku o 2^6 řádcích. To je výzva. Můžete si to samozřejmě zkusit. Jednodušší ale bude jít na to jinak. Postup nabízíme ve cvičení VL_3.

Cvičení VL_3. Ověřování, zda je formule tautologií (kontradikcí) metodou protipříkladu

Tabulkovou metodou zjistíme úplný průběh pravdivostní funkce pro všechna možná pravdivostní ohodnocení. To je jistě užitečné a přehledné, ale v případě tabulky o více řádcích to může být i vcelku náročné. Přitom vyhodnocení pro všechna pravdivostní ohodnocení vlastně nepotřebujeme. Rozhodně ne v debatě. Bude stačit, když určíme, jestli formule je tautologií, resp. je kontradiktorická, případně zda je splnitelná.

Cílem metody protipříkladu je vyvrátit vlastní hypotézu o tautologičnosti či kontradiktoričnosti formule. Děje se to tak, že hledáme protipříklad, takovou valuaci, která naši hypotézu vyvrátí. Nejdříve se podíváme na situaci, kdy chceme zjistit, zda formule je či není tautologická.

Hypotézou je, že formule tautologická není, že tedy existuje ohodnocení, při kterém nabývá hodnoty nepravda. Pokud takové ohodnocení nalezneme a hypotézu tak potvrdíme, znamená to, že formule není tautologická. Pokud se nám naopak hypotézu nepodaří prosadit, znamená to, že neexistuje ohodnocení takové, při kterém formule nabývá ohodnocení nepravda a formule tak tautologická je.

Hypotéza dává konečnou, závěrečnou hodnotu vyhodnocení pravdivosti formule. Máme tedy závěrečný výsledek. Od něj pokračujeme jakoby zpětně, v obráceném pořadí než při sestavování standardní tabulky pravdivostních hodnot. Můžete si to představit na formačním stromě formule: namísto vyhodnocení od listů (proměnných) směrem ke kořeni (závěrečná spojka) postupujeme obráceně. Hypotézou stanovíme hodnotu této poslední spojky, v tomto případě ji stanovíme 0 a postupujeme níže až k listům. Hledáme takové řešení, aby odpovídalo závěrečnému výsledku. Pro ilustraci použijeme formuli $\neg p \rightarrow (q \vee p)$:

$\neg$	p	$\rightarrow$	$(q$	$\vee$	$p)$
		0			

0 pod výrokovou spojkou implikace je naše hypotéza, vyhodnocení pravdivosti formule, které chceme prosadit. Formule je ve tvaru implikace a implikace je nepravdivá, pouze pokud je její první člen 1 a druhý člen 0. Označme si to v dalším kroku a řádku.

$\neg$	p	$\rightarrow$	$(q$	$\vee$	$p)$
		0			
1				0	

Toto řešení se snažíme prosadit směrem k nejmenším podformulím, totiž k p a q. Negace $p = 1$ určila, že p musí mít hodnotu 0. Toto ohodnocení přiřadíme ostatním výskytům p, tj. vepíšeme je pod ně.

$\neg$	p	$\rightarrow$	$(q$	$\vee$	$p)$
		0			
1				0	
	0				0

Aby druhý člen implikace, je jím $(q \vee p)$, mohl nabýt hodnoty 0, musí obě jeho dílčí podformule mít ohodnocení 0. Nic nám nebrání tuto hodnotu pro q doplnit:

$\neg$	p	$\rightarrow$	$(q$	$\vee$	$p)$
		0			
1				0	
	0		0		0

Podařilo se nám tedy najít takovou valuaci, bylo jí $v(p) = (v)q = 0$, při níž je formule nepravdivá. Tato formule není tautologií. S trochou praxe ani nemusíte používat řádky, vyhodnocení potom bude vypadat takto:

$\neg$	p	$\rightarrow$	$(q$	$\vee$	$p)$
1	0	0	0	0	0

Ukažme si ještě jeden příklad, formuli $\neg p \rightarrow (q \vee \neg p)$. Budeme postupovat stejně jako výše. Hypotézou je, že výsledná implikace je 0. To znamená, že negace p musí být 1 a disjunkce 0. Tyto hodnoty vepíšeme pod jejich značky. Negace p se vyskytuje v obou členech výsledné implikace, v obou výskytech ji proto označíme 1.

Disjunkce nabývá hodnoty 0, pouze když oba její členy mají hodnotu 0. Při naší snaze prosadit hypotézu nám ale vyšlo, že její druhý člen, $\neg p$, má hodnotu 1.

Je zbytečné pokračovat. Hodnotu q ani p již zjišťovat nemusíme. Disjunkce bude mít hodnotu 1 a to znamená, že i výsledná implikace bude mít hodnotu 1. Hypotézu se nám prosadit nepodařilo. Formálně můžeme ukončit zaznačením rozdílu mezi hypotézou a dosaženou hodnotou tím, že výsledek, tedy hodnotu 1 pro disjunkci, vepíšeme do posledního řádku a pod symbol závěrečné implikace tučným řezem zaznamenáme rozdíl mezi prosazovanou a skutečně dosaženou hodnotou.

$\neg$	p	$\rightarrow$	$(q$	$\vee$	$\neg$	$p)$
		0				
1				0	1	
		1		1		

Pro danou formuli tedy neexistuje valuace, která by ji činila nepravdivou, a tudíž je daná formule tautologií.
I tentokrát by se celý postup vešel na méně řádků:

$\neg$	p	$\rightarrow$	$(q$	$\vee$	$\neg$	$p)$
1		0		0	1	
		1		1		

Kontradikce formule

Metodou protipříkladu tedy lze vcelku rychle a bez potřeby vyplňování úplné tabulky průběhu pravdivostní funkce formule zjistit, zda zkoumaná formule je či není tautologická. Analogicky lze ovšem zjistit, zda formule je či není kontradiktorická.

Za hypotézu stanovíme, že kontradiktorická není. Pokud se hypotézu podaří prosadit, znamená to, že existuje ohodnocení, při kterém formule není kontradiktorická. Pokud se hypotézu prosadit nepodaří, znamená to, že takové ohodnocení neexistuje a formule je kontradiktorická.

Zadání:

Metodou protipříkladu ověřte, zda jsou kontradiktorické následující formule:

$p \wedge \neg p$
$(p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p$
$(p \rightarrow (p \rightarrow q)) \wedge \neg q$

Nápověda. Pro řešení druhého příkladu je užitečné si uvědomit, že pokud je druhý člen implikace pravdivý, je implikace pravdivá.

Řešení:

V prvním příkladu hypotézu nebylo možné prosadit, formule je kontradiktorická.

Ve druhém příkladu se hypotézu podařilo prosadit, formule není kontradiktorická.

Ve třetím příkladu hypotézu nebylo možné prosadit, formule je kontradiktorická.

Zadání:

Metodou protipříkladu určete, zda jsou či nejsou tautologické níže uvedené formule. Jde o formule ze cvičení VL_2. Následně stejnou metodou určete, zda tyto formule jsou či nejsou kontradiktorické.

Než se pustíte do práce, přečtěte si poznámky pod zadáním formulí.

1) $(p \to q)$
2) $(p \wedge q) \to r$
3) $((p \to q) \wedge p) \to q$
4) $((p \vee q) \wedge (r \to \neg p)) \to q$
5) $((p \wedge \neg q) \wedge (r \to s) \wedge t) \to u$

Poznámky

Vyřešte nejdříve tautologičnost. Upozorňujeme, že celý výklad metody protipříkladu jsme uváděli proto, že vyhodnocení poslední, páté formule tabulkovou metodou bylo příliš zdlouhavé. Uvidíte, že metoda protipříkladu je mnohem rychlejší.

Pokud zjistíte netautologičnost a nekontradiktoričnost formule, znamená to, že formule je splnitelná.

Pro vyhodnocení kontradiktoričnosti formulí použijte výše uvedený tip, totiž že je užitečné si uvědomit, že pokud je druhý člen implikace pravdivý, je implikace pravdivá.

Poté, co takto ověříte (ne)kontradiktoričnost druhé, nejpozději třetí formule, měli byste přijít na opakující se vzorec, který vám další práci ušetří.

Řešení:

Zda jsou dané formule tautologické či kontradiktorické, jste již zjistili tabulkovou metodou ve cvičení VL_2. Použijte tyto výsledky ke kontrole výsledků řešení metodou protipříkladu. Pátá formule je netautologická a nekontradiktorická. Úsudek, jehož formalizací je tato pátá formule *(„Imigranti přináší prosperitu“)* je ukázkou problému VL. Tento úsudek bychom podle znaků rozumného závěru v učebnici asi vyhodnotili jako rétoricky rozumný. Podle VL je ale výrokově-logicky neplatný. Problémem je příčinnost, kterou vnímáme v úsudku, avšak VL ji zachytit neumí. O tom více na str. 30. Vidíte zde i další princip zmíněný v učebnici: závěr analytického úsudku, má-li být platný, musí být obsažen v předpokladech. Výrok u v předpokladech obsažen nebyl, a tak z nich nemůže logicky vyplývat. Zřetelně to bude patrné poté, co si vyzkoušíte následující cvičení. (V nejobecnějším zjednodušení jde o schéma $A \to B$, kdy se jistě může stát, že první člen implikace je pravdivý, zatímco ten druhý ne. Pravdivost předpokladů se v tomto ohodnocení na závěr nepřenese a implikace vrací hodnotu nepravda.)

Cvičení VL_4. Ověřování platnosti úsudků metodou protipříkladu

Metodu protipříkladu jste si vyzkoušeli v předchozím cvičení, kdy jste ověřovali, zda je formule tautologií anebo kontradikcí. Obdobně lze ověřit platnost úsudků vyjádřených úsudkovou formou. Úsudek vyplývá z předpokladů, když za všech okolností, tj. při všech možných pravdivostních ohodnoceních platí, že pokud jsou předpoklady pravdivé, je pravdivý i závěr. Metoda protipříkladu zde znamená najít takové pravdivostní ohodnocení, při němž jsou všechny premisy pravdivé, avšak závěr pravdivý není. Jinými slovy, ohodnotíme závěr tak, aby byl nepravdivý, avšak premisy pravdivé byly. Pokud se takovou valuaci nepodaří nalézt, je úsudek platný. A naopak, pokud se hypotézu podaří prosadit, úsudek platný není.

Pro ilustraci ověříme následující úsudkovou formu:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow (q \wedge r) \\ \underline{q\qquad\quad} \\ r \rightarrow p \end{array}$$

Aby závěr byl nepravdivý, navrhneme valuaci 1 pro *r* a 0 pro *p*:

$$\begin{array}{ll} r_1 \rightarrow p_0 & \quad 0 \end{array}$$

Tyto valuace pro *p* a *r* přeneseme do premis:

$$\begin{array}{ll} p_0 \rightarrow (q \wedge r_1) & \\ \underline{q\qquad\qquad\quad} & \\ r_1 \rightarrow p_0 & \quad 0 \end{array}$$

První premisu můžeme vyhodnotit jako pravdivou, bez ohledu na to, jakou hodnotu bude mít *q*.

$$\begin{array}{ll} p_0 \rightarrow (q \wedge r_1) & \quad 1 \\ \underline{q\qquad\qquad\quad} & \\ r_1 \rightarrow p_0 & \quad 0 \end{array}$$

Pokud *q* přidělíme hodnotu 1, tak bude druhá premisa také pravdivá a to jsme se snažili prosadit.

$$\begin{array}{ll} p_0 \rightarrow (q_1 \wedge r_1) & \quad 1 \\ \underline{q_1\qquad\qquad\quad} & \quad 1 \\ r_1 \rightarrow p_0 & \quad 0 \end{array}$$

Našli jsme tedy takovou valuaci, jmenovitě $v(p) = 0$, $v(q) = v(r) = 1$, při níž jsou všechny premisy pravdivé a závěr nepravdivý. Závěr proto z premis nevyplývá a úsudek tak není platný.

Zadání:

Metodou protipříkladu ověřte platnost následujících úsudků.

Řešení:

Řešení nabízíme ihned pod každým úkolem. Pokud chcete pracovat samostatně, řešení si můžete zakrýt.

1) *Prší.*

Neprší.

$$\begin{array}{ll} p_1 & 1 \\ \hline \neg_0 p_1 & 0 \end{array}$$

Úsudek není platný. Závěr nevyplývá z premis. Existuje taková valuace, při níž jsou všechny předpoklady pravdivé a závěr nepravdivý.

2) *Je mokro.*

Jestliže prší, je mokro.

$$\begin{array}{ll} p_0 & 0 \\ \hline q_1 \rightarrow p_0 & 0 \end{array}$$

Úsudek je platný. Závěr vyplývá z premis. Není možná taková valuace, při níž by všechny premisy byly pravdivé a závěr přitom nepravdivý.

3) *Jestliže prší, tak je mokro.*

Není mokro.

Neprší.

$$\begin{array}{ll} p_1 \rightarrow q_0 & 0 \\ \neg_1 q_0 & 1 \\ \hline \neg_0 p_1 & 0 \end{array}$$

Úsudek je platný. Závěr vyplývá z premis. Není možná taková valuace, při níž by všechny premisy byly pravdivé a závěr přitom nepravdivý.

4) *Jsou-li naše argumenty platné, potom podporují přijatelnost teze.*

Jestliže argumenty podporují přijatelnost teze, tým má vysokou šanci na výhru v debatě.

Jsou-li naše argumenty platné, máme vysokou šanci na výhru v debatě.

$$\begin{array}{ll} p_1 \rightarrow q_1 & 1 \\ q_1 \rightarrow r_0 & 0 \\ \hline p_1 \rightarrow r_0 & 0 \end{array}$$

Úsudek je platný. Závěr vyplývá z premis. Není možná taková valuace, při níž by všechny premisy byly pravdivé a závěr přitom nepravdivý.

5) *Jestliže je argumentace afirmativního týmu neplatná, potom nepřispívá k obhajobě teze.*

Argumentace afirmativního týmu je neplatná.

Argumentace afirmativního týmu nepřispívá k obhajobě teze.

$$\begin{array}{ll} p_1 \rightarrow q_0 & 0 \\ p_1 & 1 \\ \hline q_0 & 0 \end{array}$$

Úsudek je platný. Závěr vyplývá z premis. Není možná taková valuace, při níž by všechny premisy byly pravdivé a závěr přitom nepravdivý.

6) *Jestliže jsme výborně debatovali, potom jsme vyhráli.*
Vyhráli jsme.
___
Výborně jsme debatovali.

$p_0 \rightarrow q_1$	1
q_1	1
p_0	0

Úsudek není platný. Závěr nevyplývá z premis. Existuje taková valuace, při níž jsou všechny předpoklady pravdivé a závěr nepravdivý. (Vyhrát v debatě můžete i tenkrát, když se vám moc nevede. To když se oponentům bude vést ještě méně.)

Cvičení VL_5: Určení (ne)platnosti úsudku srovnáním s (ne)platnými úsudkovými formami

Zadání, první část

Cvičení má dvě části. V té první porovnejte úsudky cvičení VL_4 s představenými (ne)platnými úsudkovými formami. Úsudkovou formu pojmenujte.

Řešení

3. úsudek je příkladem formy *modus tollens.*
4. úsudek je příkladem formy *hypotetický sylogismus.*
5. úsudek je příkladem formy *modus ponens.*
6. úsudek je příkladem neplatné formy *tvrzení důsledku.*

Zadání, druhá část

Za pomocí předpokladů:

Jste matka.
Máte dítě.
Smíte uplatnit slevu na daních.

sestavte úsudky podle představených platných (představili jsme čtyři) a neplatných (dvě) úsudkových forem. Úsudky označte jako příklady jednotlivých představených úsudkových forem.

Řešení

Příklad řešení:

Jestliže jste matka, potom máte dítě.
Jste matka.
___
Máte dítě.

Tento úsudek je příkladem platné úsudkové formy *modus ponens.*

Jestliže jste matka, potom máte dítě.
Není pravda, že máte dítě.
___
Nejste matka.

Příklad platné úsudkové formy *modus tollens.*

Jste matka anebo máte dítě.
Nejste matka.
___
Máte dítě.
Nebo: *Jste matka anebo máte dítě. Nemáte dítě.* $\therefore$ *Jste matka.*

Příklad platné úsudkové formy *disjunktivní sylogismus.*

Jestliže jste matka, potom máte dítě.
Jestliže máte dítě, potom smíte uplatnit slevu na daních.
Jestliže jste matka, smíte uplatnit slevu na daních.

Příklad platné úsudkové formy *hypotetický sylogismus.*

Jestliže jste matka, potom máte dítě.
Nejste matka.
Nemáte dítě.

Příklad neplatné úsudkové formy *popření předpokladu.*

Jestliže jste matka, potom máte dítě.
Máte dítě.
Jste matka.

Příklad neplatné úsudkové formy *tvrzení důsledku.*

Cvičení VL_6: Určení vyplývajícího výroku rezoluční metodou

Zadání:

Pomocí rezoluční metody určete výroky vyplývající z následujících množin předpokladů:

1)	2)	3)	4)	5)
$\neg p \vee q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg p \vee q \vee r$	$\neg p \vee q$	$p \vee q \vee r$
$r \vee \neg q$	$r \vee p$	$s \vee \neg q$	$\neg q \vee p$	$p \vee \neg q \vee r$
$\neg r$	$r \vee q$	$t \vee \neg r$		$r \vee \neg s$
				$s \vee t$

Řešení:

1)

1 $\neg p \vee q$	
2 $r \vee \neg q$	
3 $\underline{\neg r}$	
4 $\neg p \vee r$	rezoluce 1, 2
5 $\neg q$	rezoluce 2, 3
6 $\neg p$	rezoluce 3, 4

2)

1 $\neg p \vee \neg q$	
2 $r \vee p$	
3 $\underline{r \vee q}$	
4 $r \vee \neg q$	rezoluce 1, 2
5 $r \vee \neg p$	rezoluce 1, 3
6 r	rezoluce 2, 5, z. idempotence
7 r	rezoluce 3, 5, z. idempotence

O zákonu idempotence a dalších logických zákonech pojednává následující oddíl v hlavním textu. Zákon idempotence zní: $p \vee p \leftrightarrow p$, respektive $p \wedge p \leftrightarrow p$. Toto pravidlo lze uplatnit i vzájemně na rezolventy na 6. a 7. řádku. Poslední rezolventu 7 tak můžeme zcela odstranit. Zjednodušení výsledných rezolvent pomocí zákona idempotence je třeba provádět až na závěr, po skončení algoritmu rezolvování.

3)

1 $\neg p \vee q \vee r$	
2 $s \vee \neg q$	
3 $\underline{t \vee \neg r}$	
4 $\neg p \vee s \vee r$	rezoluce 1, 2
5 $\neg p \vee t \vee q$	rezoluce 1, 3
6 $s \vee \neg p \vee t$	rezoluce 2, 5
7 $t \vee \neg p \vee s$	rezoluce 3, 4

Použitím zákona idempotence na rezolventy 6 a 7 lze jednu z nich odstranit. Podle komutativního zákona jsou ekvivalentní.

Pro následující příklad budeme potřebovat doplnění rezolučního pravidla, které v hlavním textu nezaznělo: v každém kroku je možné „škrtnout“ jen jednu dvojici opačných (komplementárních) literálů. Další užitečné doplnění pravidla představíme ve cvičení VL_8.

4)

1 $\neg p \vee q$	
2 $\neg q \vee p$	
3 $\neg q \vee q$	rezoluce 1, 2
4 $\neg p \vee p$	rezoluce 1, 2

5)

1 $p \vee q \vee r$	
2 $p \vee \neg q \vee r$	
3 $r \vee \neg s$	
4 $s \vee t$	
5 $p \vee p \vee r \vee r$	rezoluce 1, 2
6 $r \vee t$	rezoluce 3, 4

Rezolventu v pátém řádku lze nakonec idempotencí zjednodušit na $p \vee r$.

Cvičení VL_7: Transformace formulí do klauzulární formy

Zadání:

Převeďte následující formule do klauzulární formy. Klauzule uveďte pod sebe tak, abyste na ně mohli snadno uplatnit rezoluční pravidlo. Po straně uvádějte poznámky, co a s čím jste dělali.

1) $\neg p \lor (q \land r)$
2) $p \to q,\ \neg p \to r$
3) $p \to (q \land r)$
4) $p \to (q \lor r)$
5) $(p \to q) \land \neg q$
6) $(p \lor q) \to (r \land s)$
7) $\neg(p \land q),\ r$
8) $\neg(p \lor \neg q),\ (r \land s)$

Příklad:

$(p \lor \neg q) \to r,\ p$	
$\neg(p \lor \neg q) \lor r,\ p$	formule vlevo, převod implikace na disjunkci
$(\neg p \land q) \lor r,\ p$	formule vlevo, De Morgan – převod negované disjunkce na konjunkci
$r \lor (\neg p \land q),\ p$	formule vlevo, z. komutativity (pro přehlednost)
$(r \lor \neg p) \land (r \lor q),\ p$	formule vlevo, z. distributivity, odtud klauzule:
$r \lor \neg p$	
$r \lor q$	
p	

Řešení:

1)

$\neg p \lor (q \land r)$	
$(\neg p \lor q) \land (\neg p \lor r)$	z. distributivity, odtud klauzule:
$\neg p \lor q$	
$\neg p \lor r$	

2)

$p \to q,\ \neg p \to r$	
$\neg p \lor q,\ p \lor r$	obě formule, převod implikace na disjunkci, odtud klauzule:
$\neg p \lor q$	
$p \lor r$	

3)

$p \to (q \land r)$	
$\neg p \lor (q \land r)$	převod implikace na disjunkci
$(\neg p \lor q) \land (\neg p \lor r)$	z. distributivity, odtud klauzule:
$\neg p \lor q$	
$\neg p \lor r$	

4)

$p \to (q \vee r)$	
$\neg p \vee (q \vee r)$	převod implikace na disjunkci,
$\neg p \vee q \vee r$	z. asociativity, klauzulární forma

5)

$(p \to q) \wedge \neg q$	
$\neg q \wedge (p \to q)$	z. komutativity
$\neg q \wedge (\neg p \vee q)$	druhý člen konjunkce: převod $\to$ na $\vee$, klauzule:
$\neg q$	
$\neg p \vee q$	

6)

$(p \vee q) \to (r \wedge s)$	
$\neg(p \vee q) \vee (r \wedge s)$	převod $\to$ na $\vee$
$(\neg p \wedge \neg q) \vee (r \wedge s)$	vlevo: De Morganův z. – převod negované $\vee$ na $\wedge$
$(\neg p \vee (r \wedge s)) \wedge (\neg q \vee (r \wedge s))$	2 x distributivita
$((\neg p \vee r) \wedge (\neg p \vee s)) \wedge ((\neg q \vee r) \wedge (\neg q \vee s))$	z. distributivity vlevo i vpravo, klauzule:
$\neg p \vee r$	
$\neg p \vee s$	
$\neg q \vee r$	
$\neg q \vee s$	

7)

$\neg(p \wedge q), r$	
$\neg p \vee \neg q, r$	na první formuli DM – převod negované $\wedge$ na $\vee$, odtud klauzule:
$\neg p \vee \neg q$	
r	

8)

$\neg(p \vee \neg q), (q \wedge s)$	
$(\neg p \wedge q), (q \wedge s)$	na první formuli De Morganův z. – převod negované $\vee$ na $\wedge$
$(\neg p \wedge q) \wedge (q \wedge s)$	klauzulární forma je konjunkcí
$\neg p \wedge q \wedge q \wedge s$	z. asociativity
$\neg p \wedge q \wedge s$	z. idempotence, klauzule:
$\neg p$	
q	
s	

Cvičení VL_8: Určení vyplývajících výroků

Vylučovací disjunkce

V oddíle věnovaném určení vyplývajících výroků pomocí rezoluční metody jste se naučili ledacos užitečného. Své porozumění prohloubíte a látku procvičíte v následujícím cvičení. Než se však ke cvičení dostaneme, je třeba látku prohloubit a rozšířit. Problematiku jsme vysvětlovali na příkladu křižovatky. O ní jsme zjistili, že pro ni platí tyto parametry:

- Křižovatka má vysokou kapacitu anebo je bezpečná.
- Křižovatka je drahá anebo nebezpečná.

Z těchto vstupních dat jsme následně odvozovali, co nám VL dovolila odvodit. Ve věci je ale problém. Ve VL běžně chápeme jazykovou spojku „nebo“ jako nevylučovací disjunkci. Opravdu tak ale chápeme i smysl výroků o křižovatce? Není to spíše tak, že uvedeným větám v normální, životné situaci rozumíme tak, že křižovatka má vysokou kapacitu, čárka, anebo je bezpečná? Tedy že platí buď to první, anebo to druhé, ne však obojí současně? Stejně tak by asi normálně uvažující člověk rozuměl i druhé větě. Že totiž křižovatka je buď drahá, anebo nebezpečná. Že jedno vylučuje druhé a že tedy není pravdou, že by neplatilo ani první ani druhé, případně, že by platilo obojí. Případ kdy platí jedno, anebo druhé, ne však obojí současně je ve VL vyjádřen výrokovou spojkou *vylučovací (exkluzivní) disjunkce*. Značí se různě, obvyklé jsou varianty $\veebar$. My použijeme symbol $\vee\vee$. Vylučovací disjunkce je binární symbolická spojka s následujícím průběhem pravdivostních hodnot:

p q	***p∨∨q***
1 1	**0**
1 0	**1**
0 1	**1**
0 0	**0**

Všechny symbolické výrokové spojky lze definovat pomocí jiných výrokových spojek. Formuli $(p \vee\vee q)$ proto můžeme transformovat. Například takto:

$$p \vee\vee q \quad \leftrightarrow \quad (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$$

Ekvivalence je rovnou v klauzulární formě, to nám usnadní další práci.

V následujícím cvičení procvičíte určení vyplývajících předpokladů. Zadání bude komplikovanější v tom, že tentokrát se pokusíme příklady vztáhnout k reálnému světu a tam, kde „nebo“ chápeme ve vylučovacím smyslu, budeme pracovat s nevylučovací disjunkcí.

Zadání:

a) Pomocí rezoluční metody určete výroky vyplývající z předpokladů.

b) Vyplývající výrok – závěr úsudku převeďte do podoby podmíněného výroku.

c) Metodou pravdivostní tabulky anebo protipříkladu anebo rezoluce anebo srovnáním s platnými úsudkovými schématy ověřte platnost úsudku.

1) *Chce-li si stát půjčit od MMF, musí se řídit jeho podmínkami. Státy v problémech mají v zásadě dvě možnosti: buď si od MMF půjčují, nebo krachují.*

2) *Jestliže je rozhodovací pravomoc v MMF v rukou západních států, potom nové velmoci (BRIC) nemají významný vliv. Jestliže nové velmoci (BRIC) nemají významný vliv, potom podmínky půjček MMF určují západní státy.*

3) *Stát přijímá podmínky neoliberálních opatření ve své ekonomice, nebo mu půjčka MMF není poskytnuta. Jestliže stát přijme podmínky neoliberálních opatření ve své ekonomice, potom krátkodobě trpí.*

4) *Jestliže stát podmínky MMF nepřijímá, potom bankrotuje. Jestliže stát podmínky MMF přijímá, občané jsou nespokojeni.*

5) *Není-li stát stabilní, jeho prioritou je starat se o sebe. Kdo má za prioritu starat se sám o sebe, nemůže se starat o jiné. Stabilní státy nemají prioritu starat se samy o sebe.*

Poznámka: Bohaté státy lze mj. rozdělit na skupinu „vyzrálých, politicky i hospodářsky stabilních“ a skupinu států, které v poslední době velmi zbohatly, tyto vlastnosti však nemají. Příkladem těch prvních jsou např. tradiční demokratické státy západní Evropy, USA či Japonsko, příkladem těch druhých potom „nové“ velmoci – státy BRIC: Brazílie, Rusko, Indie, Čína ale také Saudská Arábie, Jižní Korea a další.

6) *Jestliže se zlepšuje ekonomické postavení země, potom se její vliv v rámci rozhodovacích procesů MMF vyrovnává s tradičními hegemony. Jestliže se vliv zemí v rámci rozhodovacích procesů MMF vyrovnává s tradičními hegemony, potom je revoluční změna v tomto směru zbytečná.*

Řešení:

1) *Chce-li si stát půjčit od MMF, musí se řídit jeho podmínkami.*
Státy v problémech mají v zásadě dvě možnosti: buď si od MMF půjčují, nebo krachují.

Formalizace:

Státy si půjčují od MMF: p

Státy se řídí podmínkami MMF: ř

Státy krachují: k

$(p \rightarrow ř), (p \veebar k).$

Ve druhé formuli se zbavíme $(p \veebar k) \leftrightarrow (p \vee k) \wedge (\neg p \vee \neg k)$. Jako základní formalizaci proto máme:

$(p \rightarrow ř), (p \vee k) \wedge (\neg p \vee \neg k).$

Transformace:

$(p \rightarrow ř), (p \vee k) \wedge (\neg p \vee \neg k)$

$(\neg p \vee ř), (p \vee k) \wedge (\neg p \vee \neg k)$ na první formuli převod $\rightarrow$ na $\vee$, klauzule:

Rezoluce:

1 $\neg p \vee ř$

2 $p \vee k$

3 $\underline{\neg p \vee \neg k}$

Rezolvování této sady předpokladů povede k nekonečnému cyklu opakujících se rezolvent. Uplatníme proto další upřesnění pravidel rezolvování: pokud rezolucí získáme tautologii, například *(k∨¬k)*, vyloučíme ji. Pokud je vzniklá rezolventa přítomna ve výchozí sadě „klauzulí“, vyloučíme ji.

4 *ř∨k*	rezoluce 1, 2	
~~5 *p∨¬p*~~	rezoluce 2, 3	je tautologií. Vyřadíme ji. Stejně tak i následující 2, 3: *(k∨¬k)*.
~~6 *ř∨¬p*~~	rezoluce 3, 4	opakuje předpoklad. Vyřadíme ji.

Řešení:

Úkol a)

Z daných předpokladů vyplývá výrok:

Státy se řídí podmínkami MMF anebo krachují.

Úkol b)

Převod disjunkce na implikaci: $ř \lor k \leftrightarrow \neg ř \to k$

Závěr úsudku je mj. ekvivalentní podmíněnému výroku:

Jestliže se státy neřídí podmínkami MMF, potom krachují.

Úkol c)

Chceme ověřit vyplývání z původní sady předpokladů: *(p→ř)∧(p∨∨k)→ř∨k*. Kontrola pravdivostní tabulkou:

p	k	ř	p→ř	∧	p ∨∨ k	→	ř∨k
1	1	1	1	**0**	0	**1**	1
1	1	0	0	**0**	0	**1**	1
1	0	1	1	**1**	1	**1**	1
1	0	0	0	**0**	1	**1**	1
0	1	1	1	**1**	1	**1**	1
0	1	0	1	**1**	1	**1**	1
0	0	1	1	**0**	0	**1**	1
0	0	0	1	**0**	0	**1**	0

Úsudek je správný, závěr vyplývá z předpokladů.

2) *Jestliže je rozhodovací pravomoc v MMF v rukou západních států, potom nové velmoci (BRIC) nemají významný vliv. Jestliže nové velmoci (BRICS) nemají významný vliv, potom podmínky půjček MMF určují západní státy.*

Formalizace:

Rozhodovací pravomoc v MMF je v rukou západních států: z

Nové velmoci (státy BRIC) mají významný vliv: v

Podmínky půjček určují západní státy: p

$(z \rightarrow \neg v)$, $(\neg v \rightarrow p)$

Transformace:

$(z \rightarrow \neg v), (\neg v \rightarrow p)$

$(\neg z \vee \neg v)$, $(v \vee p)$ na obě formule převod $\rightarrow$ na $\vee$, klauzule:

Rezoluce:

1 $\neg z \vee \neg v$

2 $v \vee p$

3 $\neg z \vee p$ rezoluce 1, 2

Řešení:

Úkol a)

Z daných předpokladů vyplývá výrok:

Rozhodovací pravomoc není v rukou západních států anebo podmínky půjček určují západní státy.

Úkol b)

Převod disjunkce na implikaci: $\neg z \vee p \leftrightarrow z \rightarrow p$

Závěr úsudku je mj. ekvivalentní podmíněnému výroku:

Jestliže je rozhodovací pravomoc v rukou západních států, potom západní státy určují podmínky půjček.

Úkol c)

z	v	p	$z \rightarrow \neg v$	$\wedge$	$\neg v \rightarrow p$	$\rightarrow$	$z \rightarrow p$
1	1	1	0	0	1	**1**	1
1	1	0	0	0	1	**1**	0
1	0	1	1	1	1	**1**	1
1	0	0	1	0	0	**1**	0
0	1	1	1	1	1	**1**	1
0	1	0	1	1	1	**1**	1
0	0	1	1	1	1	**1**	1
0	0	0	1	0	0	**1**	1

Ověřením tabulkovou metodou jsme potvrdili, že úsudek je správný a závěr tak vyplývá z předpokladů.

3) *Stát přijímá podmínky neoliberálních opatření ve své ekonomice, nebo mu půjčka MMF není poskytnuta. Jestliže stát přijme podmínky neoliberálních opatření ve své ekonomice, potom krátkodobě trpí.*

Formalizace:

Stát přijímá podmínky neoliberálních opatření ve své ekonomice: p

Státu je poskytnuta půjčka MMF: m

Stát krátkodobě trpí: t

$(p \vee\vee \neg m), (p \rightarrow t)$

Transformace:

$(p \vee\vee \neg m), (p \rightarrow t)$

$(p \vee\vee \neg m) \leftrightarrow \neg(p \vee\vee m) \leftrightarrow ((p \vee \neg m) \wedge (\neg p \vee m))$, $(\neg p \vee t)$. Formule vlevo: transformace negace (DM), převod $\vee\vee$ na konjunkci disjunkcí. Formule vpravo: převod $\rightarrow$ na $\vee$. Klauzule:

Rezoluce:

1 $p \vee \neg m$

2 $\neg p \vee m$

3 $\neg p \vee t$

4 $\neg m \vee t$ rezoluce 1, 3. Další kroky vrací tautologie anebo opakování vstupních klauzulí.

Řešení:

Úkol a)

Z daných předpokladů vyplývá výrok:

Státu buď není poskytnuta půjčka MMF anebo stát krátkodobě trpí anebo obojí.

Úkol b)

Převod disjunkce na implikaci: $\neg m \vee t \leftrightarrow m \rightarrow t$

Závěr úsudku je mj. ekvivalentní podmíněnému výroku:

Jestliže je státu poskytnuta půjčka MMF, potom stát krátkodobě trpí.

Úkol c)

Z cvičných důvodů tentokrát úkol c) vyřešíme metodou protipříkladu. Nejdříve ověříme netautologičnost formule:

((p	∨∨	¬m)	∧	(p	→	t))	→	(m	→	t)
							0			
0	**0**	0	1	0	1	0	**1**	1	0	0

Hypotézu netautologičnosti se nepodařilo prosadit. Závěr vyplývá z předpokladů.

4) *Jestliže stát podmínky MMF nepřijímá, potom bankrotuje.*
Jestliže stát podmínky MMF přijímá, občané jsou nespokojeni.

Formalizace:

Stát přijímá podmínky MMF: p

Stát bankrotuje: b

Občané jsou spokojeni: s

$(\neg p \rightarrow b), (p \rightarrow \neg s)$

Transformace:

$(\neg p \rightarrow b), (p \rightarrow \neg s)$

$(p \vee b), (\neg p \vee \neg s)$ pro obě formule převod $\rightarrow$ na $\vee$, klauzule:

Rezoluce:

1 $p \vee b$

2 $\neg p \vee \neg s$

3 $b \vee \neg s$ rezoluce 1, 2

Řešení:

Úkol a)

Z daných předpokladů vyplývá výrok:

Stát bankrotuje nebo jsou občané nespokojeni.

Úkol b)

Převod disjunkce na implikaci: $(b \vee \neg s) \leftrightarrow (\neg b \rightarrow \neg s)$

Závěr úsudku je mj. ekvivalentní podmíněnému výroku:

Jestliže stát nebankrotuje, potom občané nejsou spokojeni.

Vyplývající výrok tvoří dvě záporné věty. Ze stylistických důvodů by mohlo být vhodné je zjednodušit na kladné věty. Výrok proto převedeme transformací podle tautologie obrácené implikace:

$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ na $(s \rightarrow b)$. V přirozeném jazyce potom:

Jestliže jsou občané spokojeni, potom stát bankrotuje.

Úkol c)

Opět metodou protipříkladu:

(¬p	→	b)	∧	(p	→	¬s)	→	(s	→	b)
			1				0		0	
	1				1			1		0
	0	0	**0**				**1**			

Hypotézu netautologičnosti se nepodařilo prosadit. (Argument *b* musí v druhém členu vyplývající implikace nabývat hodnoty 0. S touto hodnotou však implikace tvořící první člen konjunkce nemůže nabýt požadované hodnoty 1.) Závěr úsudku vyplývá z předpokladů.

5) *Není-li stát stabilní, jeho prioritou je starat se o sebe.*
Kdo má za prioritu starat se sám o sebe, nemůže se starat o jiné.
Stabilní státy nemají prioritu starat se samy o sebe.

Formalizace:

Stát je stabilní: s

Prioritou státu je starat se o sebe: p

Stát se může starat o jiné: j

$(\neg s \rightarrow p), (p \rightarrow \neg j), (s \wedge \neg p)$

Transformace:

$(\neg s \rightarrow p), (p \rightarrow \neg j), (s \wedge \neg p)$

$(s \vee p), (\neg p \vee \neg j), (s \wedge \neg p)$ Na první dvě formule → na ∨. Klauzule:

Rezoluce:

1	$s \vee p$	
2	$\neg p \vee \neg j$	
3	s	Třetí formule rozdělena na dvě samostatné klauzule
4	$\neg p$	Třetí formule rozdělena na dvě samostatné klauzule
5	$s \vee \neg j$	rezoluce 1, 2
6	s	rezoluce 1, 4

Řešení:

Úkol a)

Z daných předpokladů vyplývají výroky:

Stát je stabilní.

Stát je stabilní anebo se nemůže starat o jiné.

Úkol b)

Převod disjunkce na implikaci: $(s \vee \neg j) \leftrightarrow (\neg s \rightarrow \neg j) \leftrightarrow (j \rightarrow s)$

Druhý z vyplývajících výroků je mj. ekvivalentní podmíněnému výroku:

Jestliže stát není stabilní, potom se nemůže starat o jiné.

Vyplývající výrok lze opět převést do podoby kladných vět na:

Jestliže se stát stará o jiné, potom je stabilní.

Úkol c)

Z cvičných důvodů tentokrát řešíme úkol c) *rezoluční metodou.*

Tento způsob ověření využívá stejně jako metoda protipříkladu princip sporu. Postupujeme takto:

1. Použijeme formule úsudku v klauzulární formě.

2. K předpokladům přidáme negovaný závěr, jehož platnost chceme ověřit.

3. Rezolvujeme. V rámci rezolvování je snahou zjednodušit klauzule do podoby samostatných literálů. Není proto vždy nutné postupovat systematicky (1-2, 1-3, 1-4 atp.), ale tak, abychom se co nejdříve dostali k samostatně stojícím literálům. Celé úsilí směřuje k tomu, abychom takto izolovali alespoň dva komplementární literály, například p, $\neg p$, po jejichž „vykrácení" nám zbude tzv. *prázdná klauzule*. Prázdnou klauzuli značíme #.

4. Pokud se takto dobereme prázdné klauzule, znamená to, že se její negaci nepodařilo prosadit a výrok je tautologický, vyplývá z premis.

Pro vyplývající výrok s:

1	$s \vee p$	
2	$\neg p \vee \neg j$	
3	s	
4	$\neg p$	
5	$\neg s$	negovaný závěr s
6	#	rezoluce 3, 5

Pro vyplývající výrok $(j \rightarrow s)$: jeho negaci $\neg(j \rightarrow s)$ transformací převedeme na formuli $(j \wedge \neg s)$, tu rozdělíme na klauzule j a $\neg s$. Dál už se nemusíme namáhat. Vidíme, že v klauzulární formě opět získáme samostatně stojící literály s opačným hodnocením: s a $\neg s$. Jejich rezolucí získáme prázdnou klauzuli # a i v tomto případě jsme dokázali, že negaci závěru nelze prosadit a výrok tak vyplývá z předpokladů.

6) *Jestliže se zlepšuje ekonomické postavení země, potom se její vliv v rámci rozhodovacích procesů MMF vyrovnává s tradičními hegemony.*
Jestliže se vliv zemí v rámci rozhodovacích procesů MMF vyrovnává s tradičními hegemony, potom je revoluční změna v tomto směru zbytečná.

Formalizace:

Ekonomické postavení země se zlepšuje: z

Vliv země v rámci rozhodovacích procesů MMF se vyrovnává s tradičními hegemony: v

Revoluční změna ve směru vyrovnání vlivu tradičních a nových velmocí je zbytečná: r

$(z \rightarrow v), (v \rightarrow r)$

Transformace:

$(z \rightarrow v), (v \rightarrow r)$

$(\neg z \vee v), (\neg v \vee r)$ Na obě formule převod → na ∨, formule:

Rezoluce:

1 $\neg z \vee v$

2 $\neg v \vee r$

3 $\neg z \vee r$ rezoluce 1, 2

Řešení:

Úkol a)

Z daných předpokladů vyplývá výrok:

Není pravda, že ekonomické postavení země se zlepšuje anebo je revoluční změna ve směru vyrovnání vlivu tradičních a nových velmocí zbytečná.

Úkol b)

Zpětným převodem na implikaci zní vyplývající výrok takto:

Jestliže se ekonomické postavení země zlepšuje, potom je revoluční změna ve směru vyrovnání vlivu tradičních a nových velmocí zbytečná.

Úkol c)

Rezoluční metodou

Rezolventu $(\neg z \vee r)$ znegujeme: $\neg(\neg z \vee r)$ a negace se zbavíme: $(z \wedge \neg r)$. Výslednou konjunkci rozdělíme na dvě klauzule:

1	$\neg z \vee v$	
2	$\neg v \vee r$	
3	z	
4	$\neg r$	
5	$\neg z \vee r$	rezoluce 1, 2
6	r	rezoluce 3, 5
7	#	rezoluce 4, 6

Negaci závěru nelze prosadit – zkoumaný výrok vyplývá z předpokladů.

Ověření platnosti úsudků podle platných úsudkových schémat

Ve druhém a šestém příkladu lze odhalit schéma hypotetického sylogismu. Vyplývající výrok jsme tak nemuseli zjišťovat, resp. k odvození a ověření platnosti úsudku stačilo srovnání s platným úsudkovým schématem.

KS_1: Standardní forma kategorického sylogismu

Cvičení KS_1 – KS_4 jsou buď motivována a upravena, anebo jsou dokonce přesnou citací práce J. Raclavského.

Zadání:

Z uvedených výroků přirozeného jazyka sestavte sylogismy v podobě standardní formy.

Postup:

Podle jazykového smyslu sdělení nejprve určete závěr a předpoklady. Poté postupujte od konce. Nejdříve zapište závěr. Poté zapište druhou, nižší premisu. Která to je, poznáte ze závěru, ve kterém je nižší termín subjektem. Ten se jako nižší termín objevuje právě v nižší, druhé premise. Zbude vám poslední věta, která je vyšší premisou. Pro kontrolu můžete ověřit, že se v ní skutečně objevuje vyšší termín, predikát závěru.

Pozor! Věty nesmíte „obracet" ve smyslu záměny subjektu a predikátu. Ne každý z uvedených závěrů také skutečně vyplývá z předpokladů. Některé závěry tak nemusí do schématu zcela přesně zapadat.

Příklad:

0) *Protože všichni savci jsou obratlovci a všechny velryby jsou savci, znamená to, že všechny velryby jsou obratlovci.*

Z jazykového smyslu argumentu vyplývá, že závěrem je výrok: *Všechny velryby jsou obratlovci.* Zapište jej na místě závěru.

…
…

Všechny velryby jsou obratlovci.

Nyní najděte ve zbývajících dvou větách tu, ve které se objevuje subjekt závěru, velryby. Je to výrok *Všechny velryby jsou savci.* Zapište jej na místě nižší premisy.

…
Všechny velryby jsou savci.

Všechny velryby jsou obratlovci.

Zbývá poslední věta: *Všichni savci jsou obratlovci.* Ta bude první, vyšší premisou. Pro jistotu můžete ověřit, že se v ní skutečně objevuje predikát závěru – *obratlovci.*

Všichni savci jsou obratlovci.
Všechny velryby jsou savci.

Všechny velryby jsou obratlovci.

Zadání:

1) *Jestliže všichni dravci jsou masožravci a všichni lvi jsou dravci, potom někteří lvi jsou masožravci.*

2) *Tvrdím, že všichni vysokoškoláci jsou gymnazisté. K závěru jsem došel z těchto předpokladů: všichni gymnazisté mají maturitu a i všichni vysokoškoláci mají maturitu.*

3) *Každý filosof je učený. Žádný učený není mudrc. Z toho vyplývá, že žádný filosof není mudrc.*

4) *Je jistě pravda, že někteří literáti jsou vysokoškoláci. A také ovšem to, že někteří studenti jsou literáti. Z toho potom vyplývá, že někteří studenti jsou vysokoškoláci.*

5) *Že některé ženy jsou oblíbené, podporují tato tvrzení: vše, co je krásné, je oblíbené a některé ženy skutečně jsou krásné.*

6) *S čerty nejsou žerty. Ale s některými strašidly jsou žerty. A proto některá strašidla nejsou čerty.*

7) *Žádný herec není logik a žádný logik není instalatér. Proto žádný herec není instalatér.*

8) *Někdy to, co je zajímavé, je nebezpečné. Třeba někteří šílenci jsou zajímaví a všichni jsou přitom nebezpeční.*

9) *Protože všichni vrahové jsou zločinci a protože žádné nemluvně není vrah, je jasné, že žádné nemluvně není zločinec.*

10) *To, že někteří normální nejsou psychopati, vyplývá z předpokladů, že žádný blázen není normální a každý psychopat je blázen.*

Řešení

1)

Všichni dravci jsou masožravci.
Všichni lvi jsou dravci.

Někteří lvi jsou masožravci.

2)

Všichni gymnazisté mají maturitu.
Všichni vysokoškoláci mají maturitu.

Všichni vysokoškoláci jsou gymnazisté.

3)

Žádný učený není mudrc.
Každý filosof je učený.

Žádný filosof není mudrc.

4)

Někteří literáti jsou vysokoškoláci.
Někteří studenti jsou literáti.

Někteří studenti jsou vysokoškoláci.

5)

Vše, co je krásné, je oblíbené.
Některé ženy jsou krásné.

Některé ženy jsou oblíbené.

6)

S čerty nejsou žerty.
S některými strašidly jsou žerty.

Některá strašidla nejsou čerty.

7)

Žádný logik není instalatér.
Žádný herec není logik.

Žádný herec není instalatér.

8)

Všichni šílenci jsou nebezpeční.
Někteří šílenci jsou zajímaví.

Někdy to, co je zajímavé, je nebezpečné.

9)

Všichni vrahové jsou zločinci.
Žádné nemluvně není vrah.

Žádné nemluvně není zločinec.

10)

Každý psychopat je blázen.
Žádný blázen není normální.

Někteří normální nejsou psychopati.

KS_2: Záznam úsudku pomocí Vennových diagramů

Zadání:

Pomocí Vennových diagramů zakreslete úsudky cvičení KS_1.

Diagramy zakreslujte podle doporučení v textu: střední člen je ve spodním kruhu, nižší premisa vlevo nahoře, vyšší premisa vpravo nahoře. Napravo od zadání cvičení nabízíme řešení. Buď si je zakryjte listem papíru, anebo si řešení rovnou kontrolujte. Pro větší názornost budeme termíny označovat začátečními písmeny jejich jazykového vyjádření (námořníci = *N*, básníci = *B*). Ze stejného důvodu budeme namísto plné barvy používat šrafování – zleva doprava a zprava doleva. Tento způsob vám umožní lepší srovnání vašich řešení a těch vzorových.

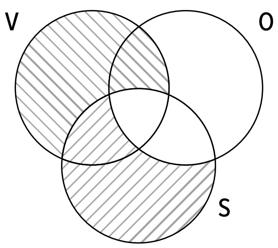
Argumenty obsahují i závěry, ty vás v tuto chvíli nemusí zajímat, cílem je zakreslit premisy.

Cvičení vychází z úsudků cvičení KS_1, kde byl první úsudek (velryby) použit jako vzor postupu s označením 0. Tohoto číslování se pro přehlednost držíme i zde.

0)

Všichni savci jsou obratlovci. (Šrafování: ///)
Všechny velryby jsou savci. (Šrafování: \\\)

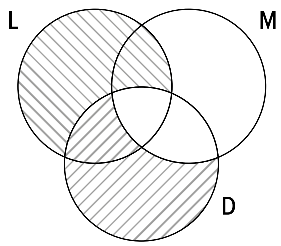
Všechny velryby jsou obratlovci.



1)

Všichni dravci jsou masožravci. (///)
Všichni lvi jsou dravci. (\\\)

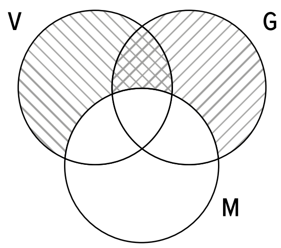
Někteří lvi jsou masožravci.



2)

Všichni gymnazisté mají maturitu. (///)
Všichni vysokoškoláci mají maturitu. (\\\)

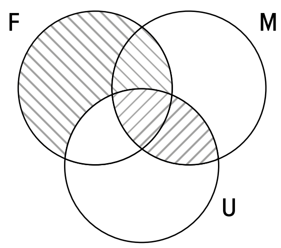
Všichni vysokoškoláci jsou gymnazisté.



3)

Žádný učený není mudrc. (///)
Každý filosof je učený. (\\\)

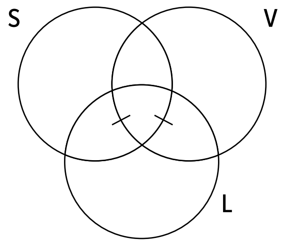
Žádný filosof není mudrc.



4)

Někteří literáti jsou vysokoškoláci. (×)
Někteří studenti jsou literáti. (×)

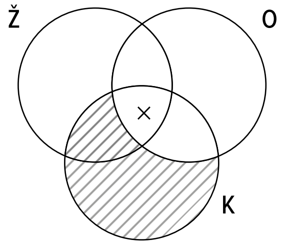
Někteří studenti jsou vysokoškoláci.



5)

Vše, co je krásné, je oblíbené. (///)
Některé ženy jsou krásné. (×)

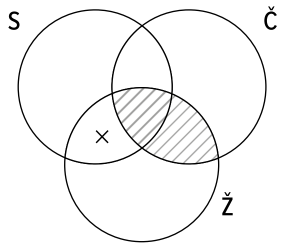
Některé ženy jsou oblíbené.



6)

S čerty nejsou žerty. (///)
S některými strašidly jsou žerty. (×)

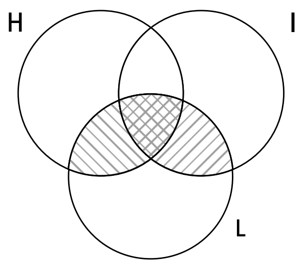
Některá strašidla nejsou čerty.



7)

Žádný logik není instalatér. (///)
Žádný herec není logik. (\\\)

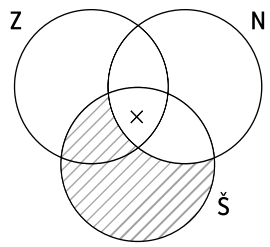
Žádný herec není instalatér.



8)

Všichni šílenci jsou nebezpeční. (///)
Někteří šílenci jsou zajímaví. (×)

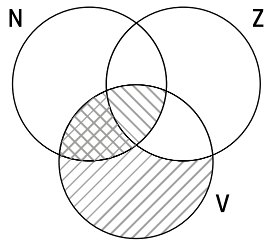
Někdy to, co je zajímavé, je nebezpečné.



9)

Všichni vrahové jsou zločinci. (///)
Žádné nemluvně není vrah. (\\\)

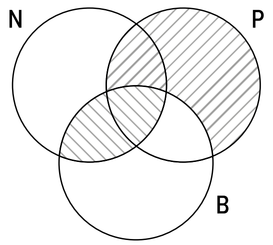
Žádné nemluvně není zločinec.



10)

Každý psychopat je blázen. (///)
Žádný blázen není normální. (\\\)

Někteří normální nejsou psychopati.



KS_3: Vyhodnocení platnosti graficky zaznačených úsudků

Zadání:

Procvičte si vyhodnocení platnosti graficky zaznačených úsudků.

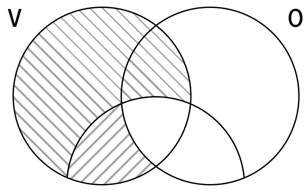
Pro lepší názornost jsme v diagramech smazali střední člen, ten se totiž v závěru nevyskytuje. V zápise jazykem jsme znění premis ponechali, byť je pro „přečtení“ závěru z diagramu nepotřebujete. Řešení – rozhodnutí, zda úsudek je, či není platný, uvádíme pod každým příkladem. Můžete si je zakrýt anebo ne.

Opět se držíme číslování cvičení KS_1, začínáme proto nultým příkladem.

0)

Všichni savci jsou obratlovci. (Šrafování: ///)
Všechny velryby jsou savci. (Šrafování: \\\)

Všechny velryby jsou obratlovci.

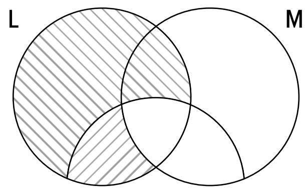


Úsudek je platný, závěr vyplývá z premis. Není možné, aby při pravdivosti premis existovala velryba, která by nebyla obratlovcem. Graficky: všechna x která mají tu vlastnost, že x je velrybou, se nacházejí v srdíčku. Srdíčko je průnikem V a O, takže všechna x, která jsou V, jsou O. Grafický závěr přesně odpovídá jazykovému.

1)

Všichni dravci jsou masožravci. (///)
Všichni lvi jsou dravci. (\\\)

Někteří lvi jsou masožravci.

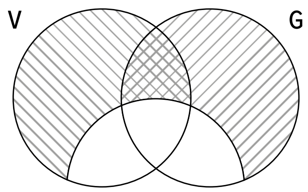


Úsudek je platný, závěr vyplývá z premis. Grafický závěr lze číst zcela stejně jako v příkladu 0. Všichni lvi jsou masožravci. Pokud jsou masožravci všichni lvi, potom je jistě pravda, že i *někteří* lvi jsou masožravci. Grafický závěr je v tom jazykovém obsažen.

2)

Všichni gymnazisté mají maturitu. (///)
Všichni vysokoškoláci mají maturitu. (\\\)

Všichni vysokoškoláci jsou gymnazisté.

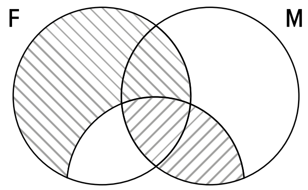


Úsudek není platný. Z grafu vztahu VG je jasně vidět, že a) existují nějací V. V kruhu V jsou totiž bílé plochy, b) nevíme ale, kde tito V jsou. Mohli by být v srdíčku VG anebo v klínku VM anebo v obojím. Jazykový závěr tvrdí, že *všechna V jsou* v srdíčku VG, grafický závěr říká, že by tam *nějaká V* být *mohla*. Grafický závěr tomu jazykovému neodpovídá a jazykový závěr tak není platný.

3)

Žádný učený není mudrc. (///)
Každý filosof je učený. (\\\)

Žádný filosof není mudrc.

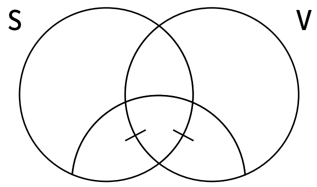


Úsudek je platný. Rybička FM je vybarvená, což znamená, že žádné *F* nemůže být *M*. To je přesně to, co říká jazykový závěr.

4)

Někteří literáti jsou vysokoškoláci. (×)
Někteří studenti jsou literáti. (×)

Někteří studenti jsou vysokoškoláci.

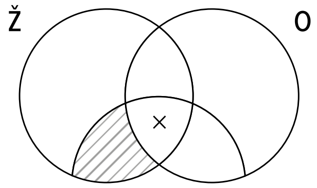


Náročnější případ vyhodnocení. Úsudek platný není. Z premis vyplynulo a graficky vidíme, že některá *S* by mohla být v srdíčku, průniku SV. Mohla by být, to neznamená, že jsou (srovnej příklad 2). Současně vidíme prázdnou plochu, klínek SV. Prázdná plocha značí, že v ploše nějaké *x* je. Jenže nevíme, *kde*. *S(x)* tak může být buď v půlměsíci S, anebo v klínku SV. Tam i tam. Že tam být může, neznamená, že tam je. Jazykový závěr říká, že existuje *S(x)*, které má vlastnost *V*. To znamená, že v grafu by takové *x* mělo být zaznačeno, mělo by nutně být v klínku SV. Jenže není, a proto závěr úsudku není platný.

5)

Vše, co je krásné, je oblíbené. (///)
Některé ženy jsou krásné. (×)

Některé ženy jsou oblíbené.

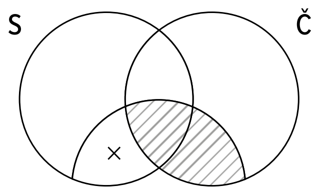


Úsudek je platný. V srdíčku, průniku ŽO je křížek, a to znamená, že graficky nám opravdu vyšlo, že některé *Ž* jsou *O*.

6)

S čerty nejsou žerty. (///)
S některými strašidly jsou žerty. (×)

Některá strašidla nejsou čerty.

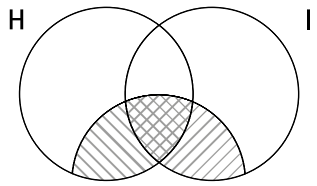


Úsudek je platný. Křížek v klínku SŽ říká, že existuje alespoň jedno *S(x)*, které není *Č*.

7)

Žádný logik není instalatér. (///)
Žádný herec není logik. (\\\)

Žádný herec není instalatér.

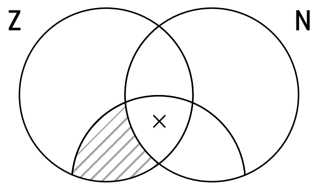


Úsudek není platný. Bílá plocha půlměsíce H a klínku HI říká, že tam *někde x* je. *Nevíme ale kde,* a proto nelze říci, že žádný *H* není *I*. Mohl by být.

8)

Všichni šílenci jsou nebezpeční. (///)
Někteří šílenci jsou zajímaví. (×)

Někdy to, co je zajímavé, je nebezpečné.

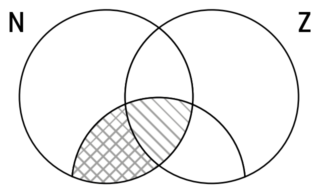


Jazykový závěr „*Někdy to, co je…*" je třeba číst „*Existuje…*". Úsudek je platný. Křížek v srdíčku ZN říká, že někteří *Z* jsou *N*.

9)

Všichni vrahové jsou zločinci. (///)
Žádné nemluvně není vrah. (\\\)

Žádné nemluvně není zločinec.

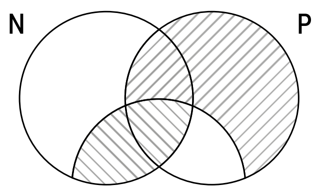


Úsudek není platný. Bílá plocha ptáčka N a klínku NZ znamená, že tam *někde x* je. Některá nemluvňata by mohla být zločinci.

10)

Každý psychopat je blázen. (///)
Žádný blázen není normální. (\\\)

Někteří normální nejsou psychopati.



Úsudek je platný. Vybarvená plocha, rybička NP říká, že žádné *N* není *P*. Vybarvená plocha rybičky NB říká, že žádné *N* není ani *B*. V bílé ploše N přitom *N(x)* být musí. A protože nemůže být v rybičce NP ani rybičce NB, zbývá jen ptáček N. Opravdu existují *N*, která nemají vlastnost *P*.

KS_4: Rychlé vyhodnocení neplatnosti úsudků

Zadání:

Pomocí pravidel pro rychlé vyhodnocení úsudků určete neplatné mody sylogismů cvičení KS_1. Pozor! To, že úsudek „projde“ testem pravidel rychlého vyhodnocení, *neznamená*, že jde o platný modus. Tato technika ale *rychle* vyloučí *některé neplatné* mody.

Řešení

Testem rychlého vyhodnocení „neprošly“ úsudky č. 4 (ze dvou částečných soudů nic neplyne) a č. 7 (ze dvou záporných soudů nic neplyne).

Literatura

DUŽÍ, Marie. *Logika v praxi* [online]. [cit. 2019-03-10]. Dostupné z: http://www.cs.vsb.cz/duzi/Logika_Praxe.pdf

DUŽÍ, Marie. *Logika pro informatiky (a příbuzné obory): učební text*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2012. ISBN 978-80-248-2662-2.

RACLAVSKÝ, Jiří. *Úvod do logiky: klasická výroková logika.* Brno: Masarykova univerzita, 2015. ISBN 978-80-210-7790-4.

RACLAVSKÝ, Jiří. *Úvod do logiky: klasická predikátová logika.* Brno: Masarykova univerzita, 2015. ISBN 978-80-210-7867-3.

STERNBERG, Robert J. *Kognitivní psychologie.* Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-376-5.

ZASTÁVKA, Zdeněk. *Vše, co není zakázáno, se nesmí: o logice formální i neformální.* Praha: RADIX, spol. s r.o., 1998. ISBN 978-80-86031-15-2.

Rejstřík

Kurz formální logiky
pro debatéry

SOUTĚŽNÍ
RÉTORIKA
Debatování formou Karl Popper

René Brinda

Vydal Stanislav Juhaňák – TRITON v Praze roku 2023
jako svou 2872. publikaci.
Odpovědný redaktor Jan Vitoň.
Jazyková korektura Libuše Babaríková.
Obálka Renata Brtnická.
Sazba: Vladimír Vyskočil – KORŠACH.

ISBN 978-80-7684-211-3